

# VEEL MATEMAATIKAT JA FÜÜSIKAT

## Protsent arvutused

Protsent – *per centum* (lat.) – tähendab ühte osa sajast

$$\dots \% = \dots * 0,01$$

$$100\% = 100 * 0,01 = 1$$

Protsentide kasutamine on alati suhtes algväärtusega.

„Kopraonu jättis püsti 5% mastimändidest“

Seda vaatame kahest vaatenurgast.

- $5\% = 5 * 0,01 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$  ehk meil jäi alles iga 20. puu. Õudne

- Teades algväärtust, nt meil oli 200 mastimändi, siis

$$200 * 5\% = 200 * 5 * 0,01 = 200 * \frac{5}{100} = 10$$

Mis on sama õudne

# Suurenemine ja vähenemine

Siin tekib natuke ekslik kujutus. Me ütleme „kasvas 10% võrra“ mis indikeerib liitmist, kuid alguses liidame protsendile 100 ja siis KORRUTAME.

Numbrilise tulemi jaoks on vaja teada algväärtust.

*a – kasvas x% võrra*

$$a * (100\% + x\%) = a + a * x\% = a * \left(1 + \frac{x}{100}\right)$$

Aastal 2020 söödi Väandras 12 inimest. Järgneval aastal kasvas see 100%

$$12 * (100\% + 100\%) = 12 * 200 * 0,01 = 24$$

Aastal 2021 söödi Väandras 24 inimest

# Suurenemine ja vähenemine

*a – vähenes x% võrra*

$$a * (100\% - x\%) = a - a * x\% = a * \left(1 - \frac{x}{100}\right)$$

Aastal 2021 söödi Vändras 24 inimest. Tänu sõjaväe sissetoomisele loodetakse, et see väheneb aastaga 50% võrra

$$24 * (100\% - 50\%) = 24 * 50 * 0,01 = 12$$

Aastal 2022 süüakse Vändras loodetavasti 12 inimest.

# TÜÜPVIGA

Kui mingi väärtus kasvab x% ja siis väheneb x%, ei saa me algväärtust ! (v.a. kui x=0%)

$$100 + 5\% = 100 * 1,05 = 105$$
$$105 - 5\% = 105 * 0,95 = 99,75$$

$$1000 - 20\% = 1000 * 0,80 = 800$$
$$800 + 20\% = 800 * 1,2 = 960$$

$$10 + 100\% = 10 * 2 = 20$$
$$20 - 100\% = 20 * (100 - 100) = 0$$

# PROTSENDIPUNKT

Protsendipunkt tähendab PROTSENDI NUMBRILIST VÄÄRTUST  
mitte PROTSENTUAALSET VÄÄRTUST !

Kui mingi väärtus kasvab(või kahaneb) N-PROTSENDIPUNKTI, siis  
on meil vaja eelneva kasvu protsentuaalset väärtust.

Aastal 2000 oli majanduskasv 10%

Järgneval aastal kahanes see **3 PROTSENDIPUNKTI**

Järelikult aastal 2001 oli majanduskasv  $10\% - 3\% = 7\%$

# TÜÜPVIGA - PROTSENDIPUNKT JA PROTSENT AETAKSE SEGI

Aastal 2000 oli majanduskasv 10%

Järgneval aastal kahanes see **3 PROTSENTI**

Milline „see“ ? Ainuke väärtus mis teada on „kasv 10%“, järelikult

$$10\% * (100\% - 3\%) = 0,1 * 0,97 = 9,7\%$$

Ehkki tõenäoliselt peeti silmas **PROTSENDIPUNKTI !**

# Tagurpidiarvutused

Käibemaks on 20%. Tegelikult LISATAKSE see protsent kauba müügihinnale ehk korrektne oleks väljend:

**KÄIBEMAKS ON PLUSS KAKSKÜMMEND PROTSENTI.**

Kuidas me arvutame kauba hinna ilma käibemaksuta ?

$$H_{km} = H + 20\% = H * 1,2$$

$$H \neq H_{km} - 20\% !!!$$

$$H = H_{km} / (100\% + 20\%) = H_{km} / 1,2$$

**Kui protsendi lisamisel me KORRUTAME, siis esialgse arvu saamiseks JAGAME.**



# SEGASED VÄITED

Protsenti kasutatakse tihtipeale ebakorrektselt ja viisil, mis ei ole üheselt määratav.

- Kasum on 100%. Kas 100% omahinnast või 100% tehingu koguväärtusest (sel juhul, omahind on 0 ?)
- POOLE ROHKEM – tihti kontekstis vastandina „poole vähemale (50% vähem)“ kui 2 KORDA (100%). Ehkki korrektne on +50%
- Sina pane 15% katet ja mina võtan sealt 5% endale. Ilmselgelt peetakse silmas, et „mina võtan endale 5 PROTSENDIPUNKTI“.

# SEGASED VÄITED

- Hulgimüüja teenib 20% ja jaemüüja võtab samuti 20%, mõlemad teenivad samapalju. Kas ikka teenivad ? Kui tehasehind on **100€**, siis
  - 20% VAHELT = lõpphind\*20% = 125€\*20% = 25€
  - 20% KATET = tehasehind + 20% = 100€ + 20€ = 120€

Jaemüüjal on justkui 4 varianti

- 20% VAHELT = lõpphind\*20% = **156,25€**\*20% = 31,25€
- 20% KATET = hulgihind + 20% = 125€ + 25€ = **150€**
- 20% VAHELT = lõpphind\*20% = **150€**\*20% = 30 €
- 20% KATET = hulghind + 20% = 120€ + 24€ = **144€**

Lõpphind on niisiis 144€ .. Või 150€ ? Või hoopis 156€ ja 25senti

# MAKSUPÕRGU

Lihtsustame natuke, aga ikka on keeruline

- Käibemaksu lisatakse kaupadele 20%
- Tulumaks on 20% palgast
- Sotsiaalmaksu lisatakse 33%

Kas maksud on siis kokku 73% ? Või on meil madalad maksud kuna „tulumaks on ainult 20%“ ?

Ostame kaupu **100€** väärtuses.

Raha maksame  $100€ + 20\% = 120€$

Selleks on meil vaja palka saada  $150€$  (kuna  $150€ * (100\% - 20\%) = 120€$ )

Tööandja kogukulu on  $150€ + 33\% = \mathbf{199€ ja 50 senti}$

Ehk jämedalt võttes, pool meie teenitud rahast läheb maksudeks. Kütuse ostmisel – oluliselt rohkem, kuna suure osa moodustab aktsiis.

# PROTSENDINIPP

$$a\% * x = x\% * a$$

$$a * 0,01 * x = x * 0,01 * a$$

$$5\% * 100 = 100\% * 5 = 5$$

$$0,15\% * 200 = 200\% * 0,15 = 2 * 0,15 = 3$$

See on vahel abiks peastarvutamise lihtsustamisel !

# PROMILL

Promill *per mille*(*lat.*)= 1 tuhande kohta = 0,1%

# PPM

*Parts per million* (*ing.*)= 1 miljondik = 0,0001%

# PPB

*Parts per billion* (*ing.*)= 1 miljondik = 0,0000001%

# UMBLUU NUMBRITEGA

Siiamaani liiguvad ajakirjanduses ringi umbluunumbrid, mis pärit enne aastat 1974 levinud ingliskeelsest kultuuriruumist ja kasutatakse praegu ainult mittetsiviliseeritud riikides

## BILJON

On eesti keeles **MILJARD** ehk 1 000 000 000 ehk 1000 miljonit.

Enne aastat 1974 BILJON = 1 000 000 000 000

Eesti keeles ei tohiks üldse kasutada.

## TRILJON

On 1 000 000 000 000 ehk MILJON miljonit

Enne aastat 1974 TRILJON = 1 000 000 000 000 000 000

# TOLL TRÜGIB SISSE

Tehnikaaladel, eriti elektroonikas, on tänapäevani kasutusel mõõtühik

## MIL

Mille all peetakse silmas **MILLITOLLI** ehk  $\frac{1}{1000} * 25,4mm = 0,0254mm$

Mitte ajada segamini

## mm

Mis on tsiviliseeritud maailma mõõtühik *0,001meetrit*

# MATERJALIDE TUGEVUS

Materjali „tugevust“ ei saa üheselt hinnata. Põhiliselt võiks välja tuua neli eristatavat omadust

**TUGEVUS** – võime taluda koormust ilma purunemata

**KÕVADUS** – materjali vastupanu kohalikule deformatsioonile

**SITKUS** – materjali omadus taluda deformatsiooni ilma purunemata

**PLASTSUS** – võime muuta välise koormuse mõjul jäädavalt oma kuju



# MEHHAANILINE PINGE

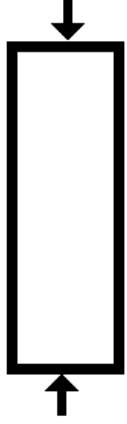
Mõõdetakse njuutonites pindalaühikukohta ehk Pascalites.

$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

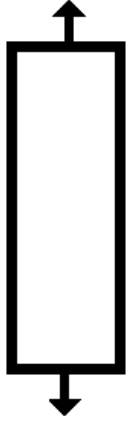
Praktikas kasutatakse mehhaanikas käepärasemat ühikut

$$\frac{N}{mm^2} = 1MPa$$

# MEHHAANILISTE PINGETE LIIGITUS



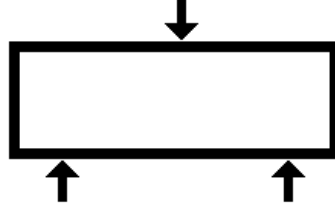
SURVEPINGE



TÕMBEPINGE



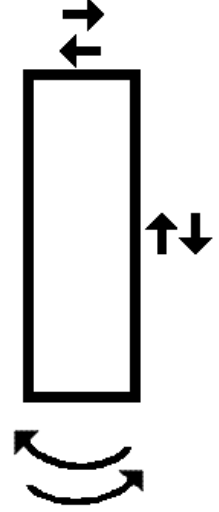
NIHKEPINGE



PAINDEPINGE



VÄÄNDEPINGE



VÄSIMUSPINGE

# VASTUPANU PINGETELE

Survepinge ja tõmbepinge võivad olla väga vastandlikus seoses. Näiteks puit, ristikiudu, on suure survetaluvusega kuid olematu tõmbetaluvusega. Samuti keraamilised materjalid. Ehkki natuke ebakorrektna, võiks keraamikat võrrelda liivapadjaga – survetugevus on suur kuid tõmbetugevus olematu.

Väsimuspinge iseloomustab vastupanu pidevalt muutuvale koormusele. On materjale, mille väsimuskarakteristikud on hästi teada – terase ja titaanisulamid – kuid on ka materjale, millel need ei ole üheselt defineeritud – näiteks ALUMIINIUMISULAMID. See on suur probleem lennukiehituses ja hoolduses.

# MATERJALIDE TUGEVUS

## ELASTUSPIIR

kuni selle koormuseni on keha deformatsioon tagastuv. Konstruktsioonid ei tohi normaalse töö juures kindlasti ületada elastsuspiiri.

## VOOLAVUSPIIR

selle koormuse juures hakkavad toimuma deformatsioonid, seejuures deformatsiooni suurendamiseks ei ole vaja olulist jõu suurenemist. Asub alati peale elastsuspiiri

## MAKSIMAALNE TÕMBETUGEVUS

selle koormuse ületamisel materjal puruneb

## PIKENEMINE

kui palju materjal pikeneb enne purunemist

<b>Materjal (tõmbetugevused)</b>	<b>Elastsus N/mm<sup>2</sup></b>	<b>Maks N/mm<sup>2</sup></b>	<b>Pikenemine</b>
Kevlar	3620	3757	2,4%
Teemant	2900	2900	0..7%
Trossikiud	1650	1860	5%
Inconel (turbiinimaterjal)	1030	1240	20%
Ämblikuniit	1150	1400	30%
Titaan (6% Al, 4% V)	830	900	5..18%
AISI302 külmalts	520	860	4%
Konstruksiooniteras S235	235	360	20%
Alumiinium 6082T5	230	270	14%
Mänd, pikikiudu	80	80	<5%
Vask (lõõmutatud)	33	210	60%
Kumm (NBR, õlikindel)	4	15	350%
Hallmalm	170	270	<0.5%

# TROSS VS KETT, ARUTELU

**MIKS ON SAMA KAALU JUURES TÕSTETROSS TUGEVAM KUI  
TÕSTEKETT ?**

**MIKS SIISKI KASUTATAKSE KA TÕSTEKETTE ?**

**KUMB ON OHUTUM, KAS TÕSTETROSS VÕI TÕSTEKETT ?**



# MATERJALI JÄIKUS (YOUNG'S MODULUS)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \text{ millest } \sigma - \text{ rõhk ja } \varepsilon - \text{ nihe}$$

Kehtib materjali elastses tööpiirkonnas.

Elastsusmoodulit (lihtsustatult materjali jäikust) võib defineerida kui materjali vastupanu teda deformeerivale jõule.

Kui valmistame erinevatest materjalidest (A ja B) ühesuguste mõõtudega konsolid, siis kui palju need läbi painduvad ?

Nende läbipainete suhe sõltub suhtest

$$\frac{E_A}{E_B}$$

Muidugi mõjutab seda ka omakaal, seetõttu tihedamad materjalid millel on kõrgem E, ei ole nii eelisseisus kui võiks.

<b>Materjal</b>	<b>E [GPa]</b>	<b>Suhteline</b>
Kumm	0,05	0,02%
Puit	~10	~5%
Inimese luud	15	7%
Betoon	30	14%
Klaas	60	29%
Alumiinium ja sulamid	68	32%
Titaan ja sulamid	115	55%
<b>Konstruksiooniteras S235</b>	<b>210</b>	<b>100%</b>
Osmium	530	250%
Volframkarbiid (kõvasulam)	630	300%
Teemant	1100	520%

Nagu näha, siis teras on väga hea konstruktsioonimaterjal ning konstruktsiooni jäikuse suurendamine peaks toimuma eelkõige geomeetria mitte materjalide abil !



# DISAININÄIDE, JÄIKUS IGA HINNAGA SISETREITERA

Siia otsa on keevitatud terasest  
plaadihoidja, et kõvasulamplaadil  
ei tekiks kontaktpurunemist

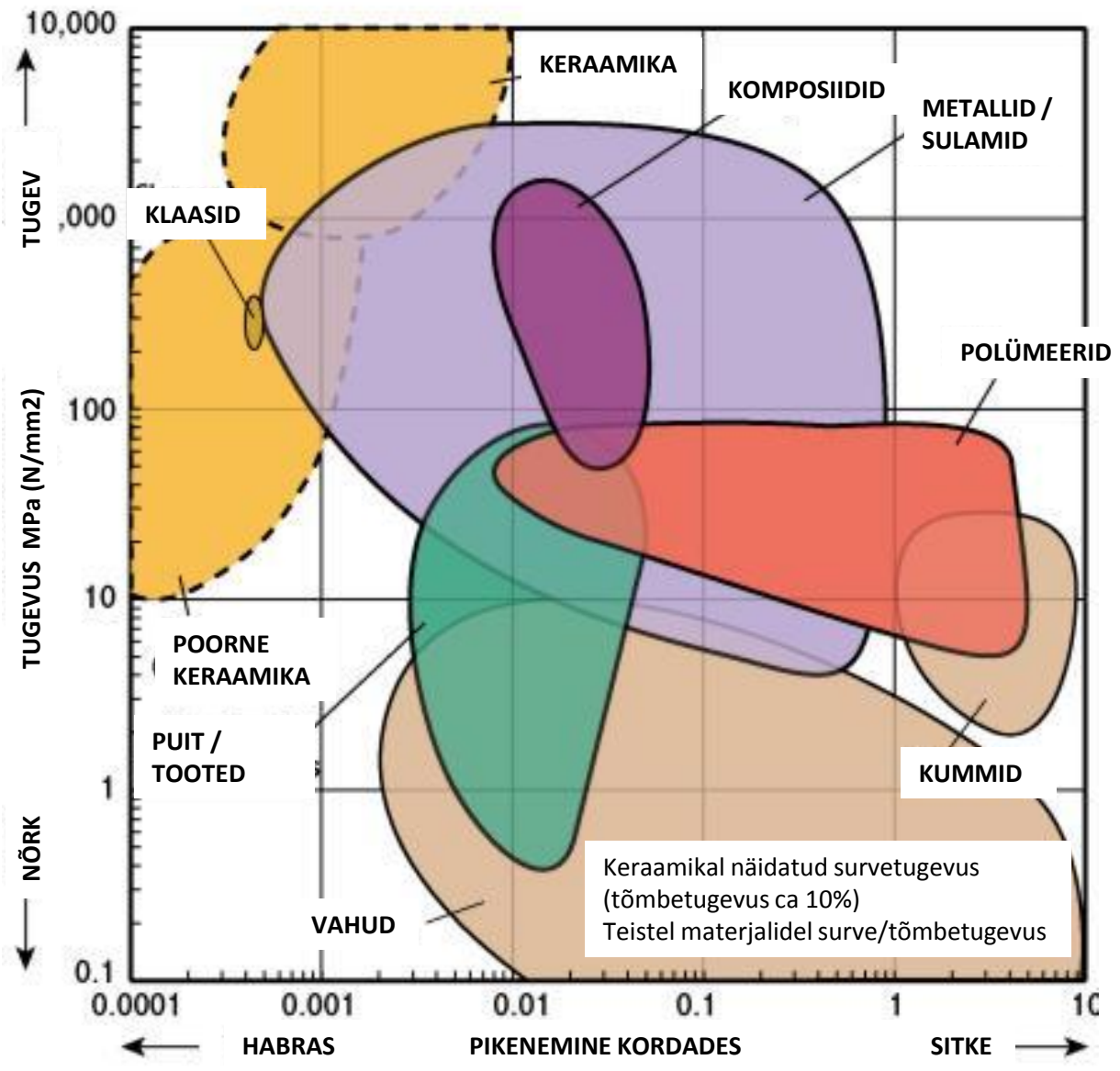
\$\$\$



Volframkarbiidist saba  
3 korda jäigem terasest !  
Hind ca 20 korda kõrgem

**Materjalide praktiliselt ja teoreetilised omadused võivad olla küllaltki erinevad ja sõltuvad valmistamise viisist. Teras on teoreetiliselt kordades tugevam, kuid reaalelus purunevad terasdetailid valmistamisel tekkinud mikropragude tõttu. Sepistamine ja valtsimine muudavad terase tugevamaks, kuna defektid „pekstakse laiali“. Metallide valamisel lisatakse legeerivaid elemente, mis muudavad struktuuri peeneteraliseks – see omakorda vähendab defektide mõõtmeid ja teras on sitkem.**





# TERASESULAMID

	SITKUS	KÕVADUS	TUGEVUS
KARASTAMINE	-	+	+
LÕÕMUTAMINE	+	-	-
KÕRGE TEMPERATUUR	+	-	-
MADAL TEMPERATUUR	-	+	-
VALTSIMINE	+	+	+
LEGEERIMINE	+	+	+
KÕRGEM HIND	+	+	+

Ideaalne terasesulam on hästi karastatav, peeneteralise struktuuriga, tugev, sitke ja vastupidav väsimuskoormusele.

Näiteks Vanadis 8 (2,3% C 0,4% Si 0,4% Mn 4,8% Cr 3,6%Mo 8% V)

Valmistatakse pulbermetallurgiliselt, maksab **42,- € / kg**

# TERASESULAMID

Seega tuleb terasesulamites teha kompromisse.

**Konstruksiooniteras** – madala süsinikusisaldusega, sitke, madal kõvadus (hea on puurida), hästi keevitav, odav, ei ole karastatav

**Kõrge süsinikusisaldusega teras** – karastatav, kõva, rabe, hästi lihvitav, raskesti keevitav

**Roostevaba teras** – korrosioonikindel, sitke, madal kõvadus, mehhaaniliselt karastuv (survekalestumine)

**Malm** – süsinik on sfääriline või libeleline, olematu sitkus, kõrgem kõvadus, keeruliselt keevitav. Malm summutab väga hästi vibratsiooni (50+ korda parem terasest) – masinate korpused

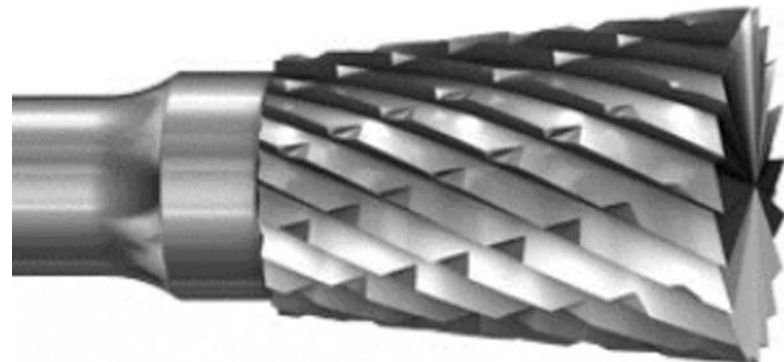
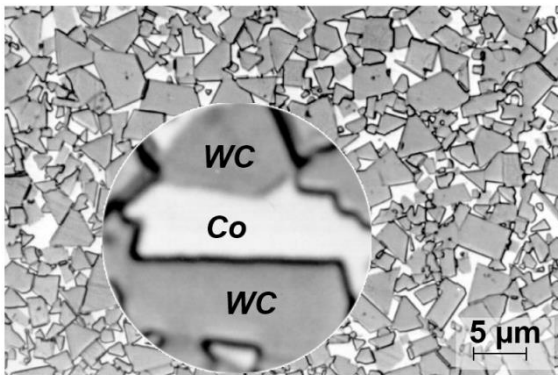
**Valgemalm** – eriti kõva (karbiidid), olematu sitkus, odav, kulumiskindel - pumbakorpused

**Tööriistateras** – karastatav kõvaks, seejuures säilib sitkus

**Kiirlõiketeras (HSS)** – säilitab kõvaduse ka kõrgemal temperatuuril

# KÕVASULAM - VOLFRAMKARBIID

Volframkarbiid on kõige levinum materjal kõvasulam tööriistade valmistamiseks – freesid, puurid, ümarviilid, treiterade plaadid. Volframkarbiid on pigem keraamiline materjal, milles karbiidiosakesed (0,5µm ja suuremad) on surve all pressides kokku kleebitud koobaltiga (kuni 15%) ning hiljem lihvitakse toorikust teemantkettaga tööriist. Mida peeneteralisem ja mida kõrgem on koobaltisisaldus, seda elastsem on materjal, kuigi võrreldes terasega on ikkagi väga rabe. Kõvasulam on ca 2 korda raskem terasest, seetõttu on seda peos kaaludes lihtne ära tunda.



# KÕVADUS

Materjalide kõvadust mõõdetakse reeglina katsekeha surumisega materjali sisse. Katsekeha on reeglina väga kõvast materjalist (teemant). Kuna materjalide kõvadus varieerub väga laiades piirides, on ka meetode ja skaalaid mitmeid

Kummimaterjalid – Shore A (8,064N jõud 0,79mm diam kuulikesele), mõõdetakse kui sügavale materjali sisse vajutab

„Patsikumm“	25 SHA
Uksetihend	55 SHA
Autorehv	70 SHA
O-rõngas	70..90 SHA



# KÕVADUS

Metallid – Rockwelli meetod

HRB 100kgf ; 1,588 teraskuulike

HRC 150kgf ; 120 kraadine teemantotsik

6082 (ehitusalumiinium)

60HRB

S235 konstruktsiooniteras

90HRB/11HRC

Kirvetera

114HRB/45HRC

Noatera

120HRB/54HRC

HSSCo freesitera

65HRC

Volframkarbiid (kõvasulam)

80+ HRC

40+ HRC ei ole normaaltingimustes puuritav





# ÜLIKÕVADUS

HRV - püramiidikujuline teemantotsik

Teemant	10 000
CBN (borazon)	4 700
AlTiN (kõvasulami kate)	3 300
Volframkarbiid	1 500
HSS	500

Ülikõvadus ei ole siiski imerelv, kuna kirjeldab ainult mehhaanilisi omadusi. Lisanduvad veel keemilised mõjurid, temperatuur jne jne. Teemant lahustub rauas. AlTiN lahustub alumiiniumis. Volframkarbiid lahustub vases. Ülikõvad materjalid kasutusel enamasti pinnakattena, alusmaterjal peab samuti olema kõva.



# PROBLEEM NIMEGA FERDINAND

Ehk üllatavad nähtused materjalide tugevuses

„Spalling“

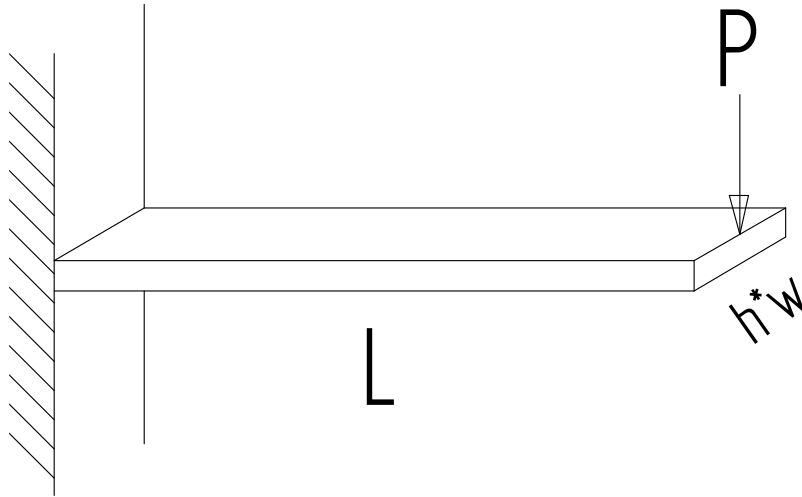


# TÜÜPKONSTRUKTSIOONID

Võime iseloomustada konstruktsioonide läbipainet  $\delta$ , kui teame konstruktsiooni tüüp mõõte ja materjali elastsusmoodulit. Siinkohal ei tee täpseid arvutusi, vaid näitame

## PROPORTSIOONE

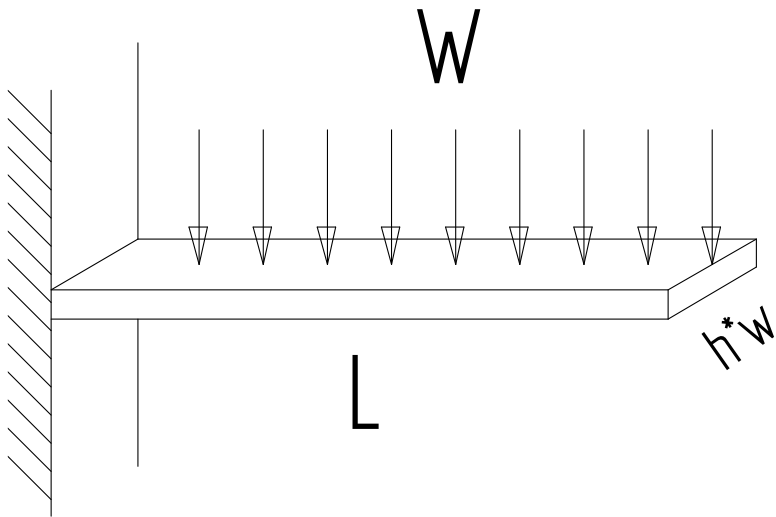
# KONSOOL PUNKTKOORMUSEGA



$$\delta \sim P, L^3, \frac{1}{w}, \frac{1}{h^3}, \frac{1}{E}, \frac{1}{3}$$

Kus P – konsooli otsas olev punktkoormus. On näha, et konsooli pikenemisel kasvab läbipaine väga kiiresti ja selle kompenseerimiseks aitab ainult konsooli kõrguse suurendamine samas tempos

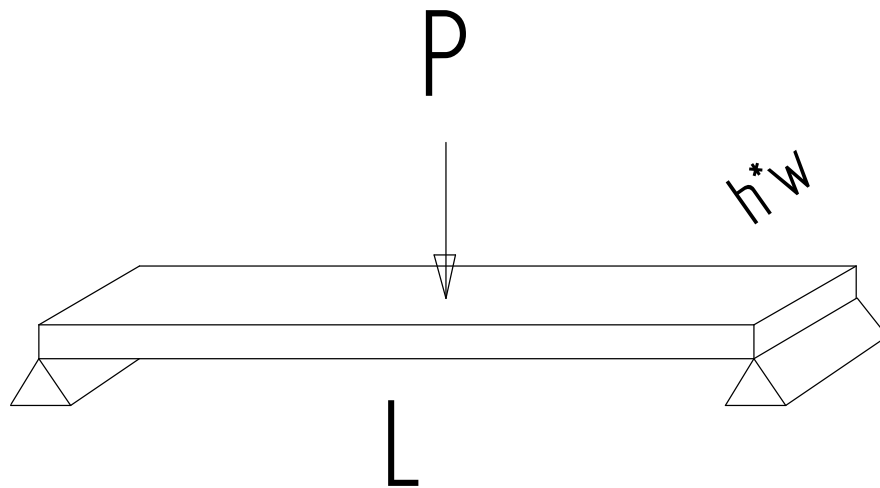
# KONSOOL ÜHTLASE KOORMUSEGA



$$\delta \sim W, L^4, \frac{1}{W}, \frac{1}{h^3}, \frac{1}{E}, \frac{1}{8}$$

Kus  $W$  – koormus per meeter. Konsoolriiulile sobivaim valem. Siit on näha, et kõige efektiivsem viis jäikuse suurendamiseks on tala kõrguse suurendamine. Pane tähele, ÜHTLANE KOORMUS – tala pikenemisel suureneb samavõrra ka KOGUKOORMUS. Sellest tulenevalt  $L$  astendaja ühe võrra kõrgem.

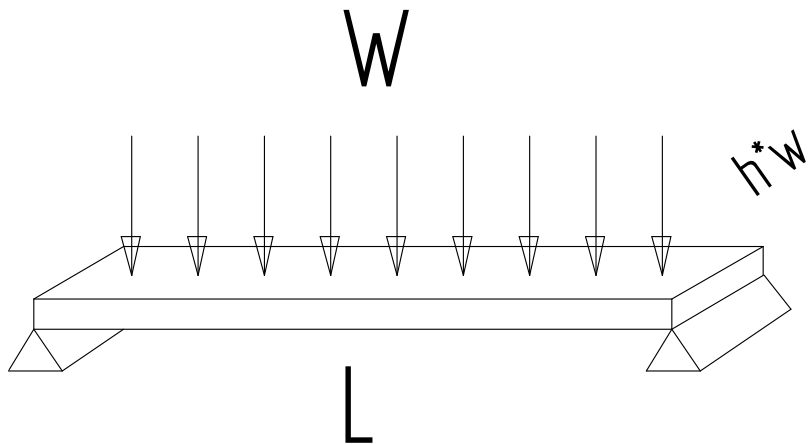
# KESKELT KOORMATUD, OTSTEST TOESTATUD TALA PUNKTKOORMUSEGA



$$\delta \sim P, L^3, \frac{1}{w}, \frac{1}{h^3}, \frac{1}{E}, \frac{1}{48}$$

Võrreldes konsooliga on näha, et läbipaine on 16 korda väiksem

# KESKELT KOORMATUD, OTSTEST TOESTATUD TALA ÜHTLASE KOORMUSEGA



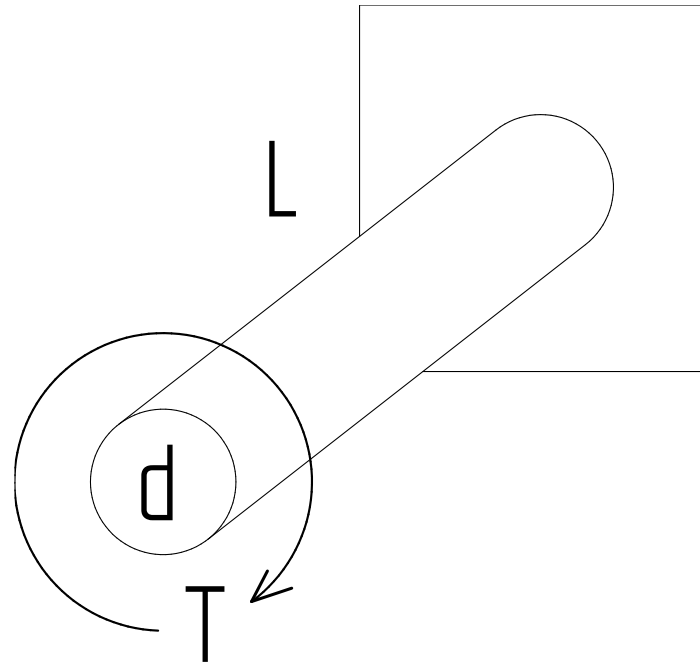
$$\delta \sim W, L^4, \frac{1}{w}, \frac{1}{h^3}, \frac{1}{E}, \frac{5}{384}$$

Kus  $W$  – koormus per meeter. Ka lehtmaterjali jäikust võime hinnata sama valemiga – kui riulivineer on 2 korda paksem, siis läbipaine sama koormuse all on 8 korda väiksem.

**NB ! 2\*10mm ei ole võrdne mitte 20mm plaadiga vaid pigem 12,5mm !**

# VÄÄNDEJÄIKUS

$$\alpha \sim T, L, \frac{1}{d^4}, \frac{1}{E}$$



Nurk on sõltuv diameetri neljandast astmest, seega on näha, et materjali „sisemus“ erilist mõju ei avalda !