

# VAHELDUVVOOL

Vahelduvvool on vool, mille suund muutub perioodiliselt. Ehkki me nimetame seda vahelduvvooluks, on jutt enamasti võrgupingest. Pinge hetkeväärtus „seinakontaktis“ avaldub valemiga

$$u(t) = U_p * \sin(\omega)$$

Milles nurkkiirus (ühik radiaani sekundis)

$$\omega = 2 * \pi * 50\text{Hz} * t$$

**50Hz** on meie võrgusagedus

$U_p = 325V$  on pinge tippväärtus

# MIKS VAHELDUVVOOL ?

Allpool kõigest mõned põhjused paljudest..

- Vahelduvvoolu generaatorid on lihtsama ja töökindlama ehitusega
- Vahelduvvoolu pinget on lihtne ja ökonoomne muuta trafoga
- Sellest tulenevalt on vahelduvvooluvõrkusid lihtsam ehitada
- Vahelduvvoolu mootorid – asünkroonmootorid – on väga lihtsad, odavad ja töökindlad – kõige levinum elektrimootoriliik maailmas (vähemalt võimsuse järgi)
- Vahelduvvoolu kommuteerimine (lülitid) on lihtsam
- Vahelduvvool on kaabliisolatsiooniga mõnevõrra leebem

# MIKS 50Hz (või 60Hz)?

- Ajaloolised põhjused – generaatorite pöörlemissagedus on piiratud
- Trafod on mõistliku suurusega – sageduse vähenemisel trafode mass suureneks ning sageduse tõstmisel suureneksid kaod trafosüdamikes
- Ülekandeliinide reaktiivkaod on veel mõistliku suurusega
- Eritingimustes on võrkudes ka kõrgem sagedus – lennukite elektrisüsteemides nt 400Hz. See teeb mootorid ja trafod kompaktsemaks, kuid nõuab kallimaid trafomaterjale ja rangemat kaabeldust

# VAHELDUVPINGE JA VAHELDUVVOOL

Vaheldupinge tekitab koormuses vahelduvvoolu. Erinevad koormused käituvad siiski väga erinevalt.

Koormused võime tunnuste järgi liigitada (ühel koormusel võib olla mitu tunnust)

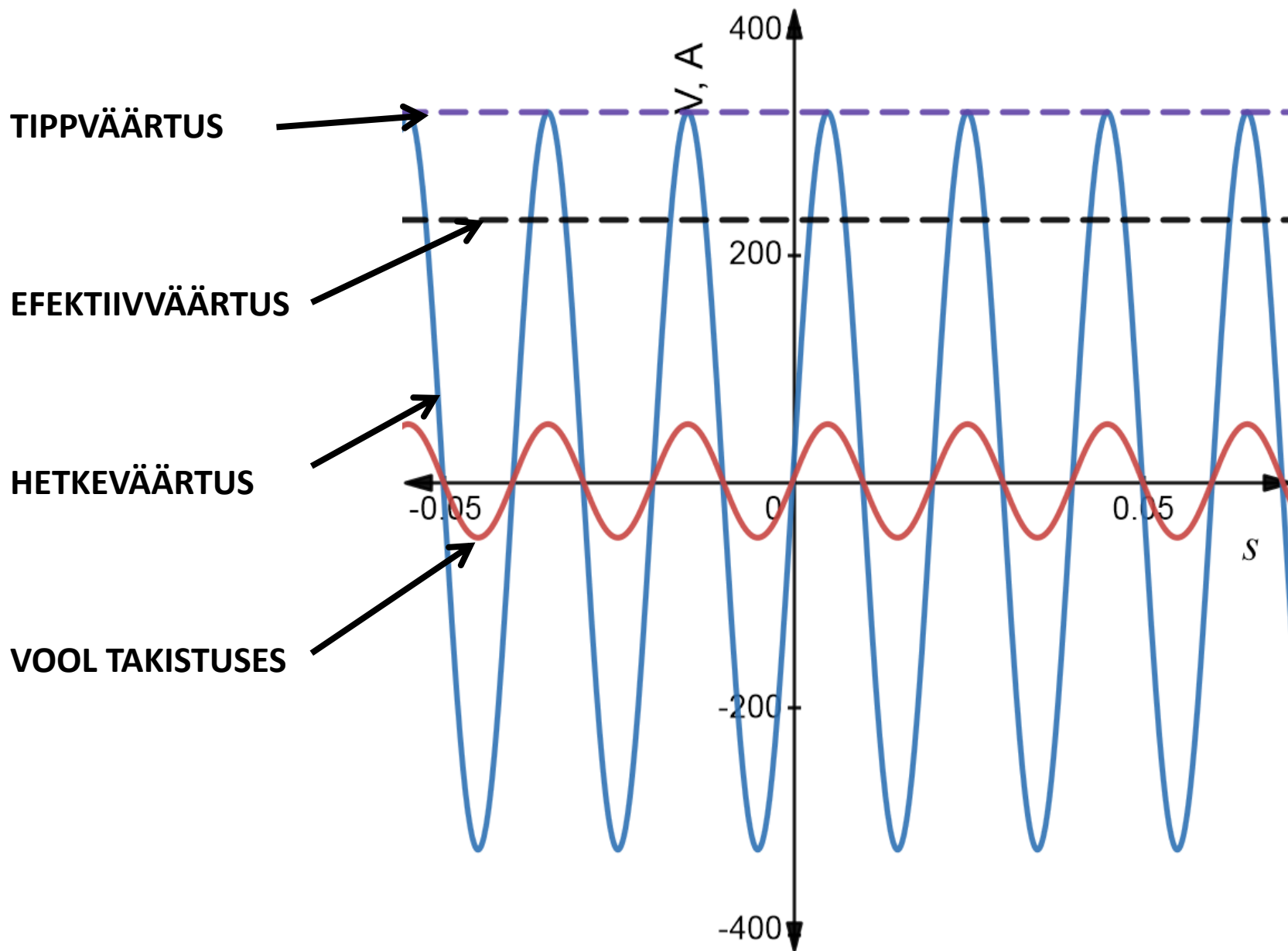
AKTIIVSED (vool ja pinge samas faasis)

REAKTIIVSED (vool ja pinge faasinihkega)

LINEAARSED (vool ja pinge lineaarses sõltuvuses)

MITTELINEAARSED (vool ja pinge mittelineaarses sõltuvuses)

Ideaalne koormus oleks aktiivne ja lineaarne. Reaalsed koormused on enamasti kergelt reaktiivsed ja kergelt mittelineaarsed. 21. sajandil on normid elektriseadmetele karmistunud, mistõttu ka kodumajapidamises leiduvad tarbijad on reeglina üpris lineaar-aktiivse iseloomuga.



# EFEKTIIVVÄÄRTUS

Siinuselise vahelduvpinge efektiivväärtus ehk väärtus, millega võrdne alalispinge tekitab küttekehas sama võimsuse

$$U_{rms} = \frac{U_p}{\sqrt{2}}$$

Meie elektrivõrgus

$$\frac{325V}{\sqrt{2}} = \mathbf{230V}$$

# HETKEVÄÄRTUS JA KESKVÄÄRTUS

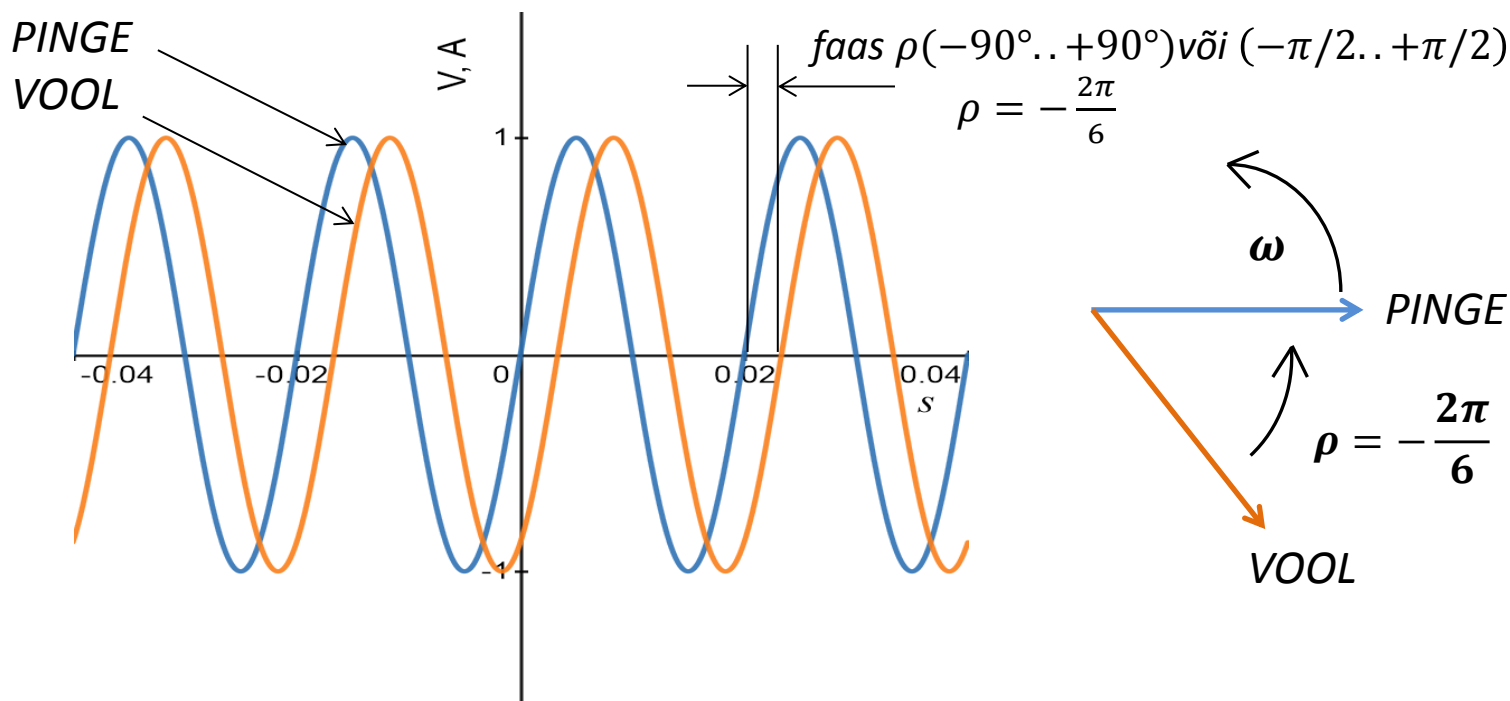
Siinuselise vahelduvpinge hetkeväärtus  $u(t)$  on pinge konkreetsel ajahetkel. Pinge keskvärtus on hetkeväärtuste summa pikema ajaperioodi jooksul

$$U_{avg} = \sum u(t)$$

Kuna  $u(t)$  muutub perioodiliselt positiivseks ja negatiivseks, siis on pikemaajaline keskmine 0. Kui pikemaajaline keskmine ei ole null, siis järelikut esineb pinges alaliskomponent.

# PINGE JA VOOL – NENDEVAHELINE FAAS

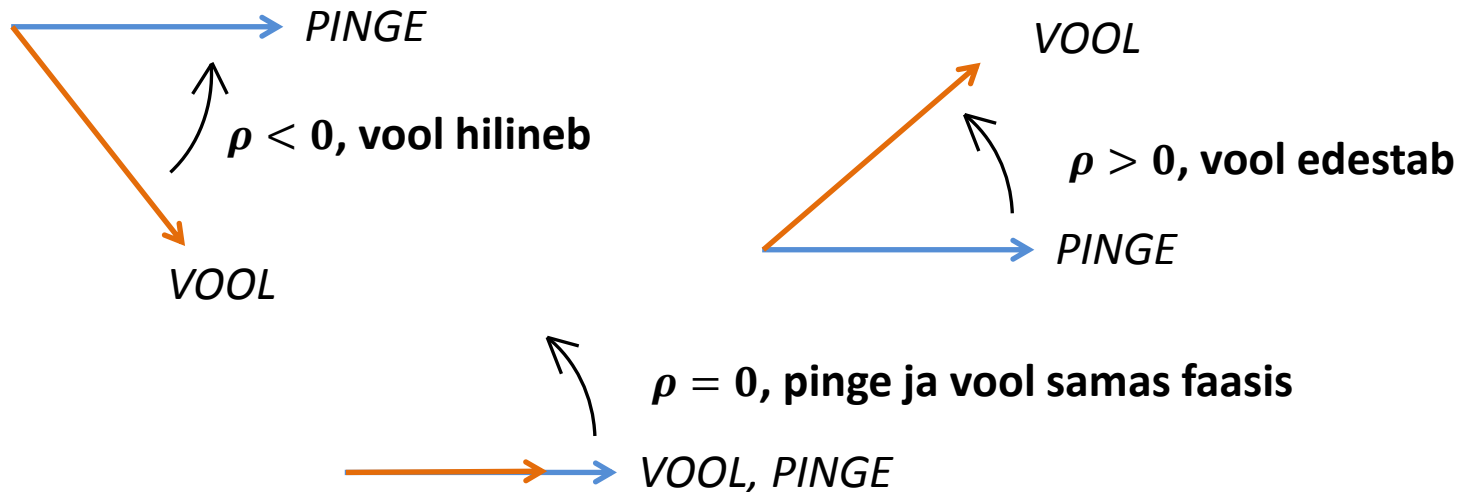
Vahelduvpinge korral ei pruugi vool olla alati „samas taktis“ pingega (see on võimalik ainult rangelt takistusliku koormuse korral)





# PINGE JA VOOL – NENDEVAHELINE FAAS

Faas näitab, kui palju vool „hilineb“ või „edastab“ pinget. Seda on lihtne illustreerida vektoritega. Tuleb meeles pidada kahte asja – vektori pikkused ei ole võrreldavad kuna üks vektor on voltides ja teine amprites. Ning nurk suureneb kellaosuti vastassuunas. Faasi väärtus on  $-90^\circ..+90^\circ$  või radiaanides  $-\pi/2..+\pi/2$ . Ehkki kraadid tunduvad käepärased, on mõistlikum ja kokkuvõttes lihtsam kasutada radiaane.



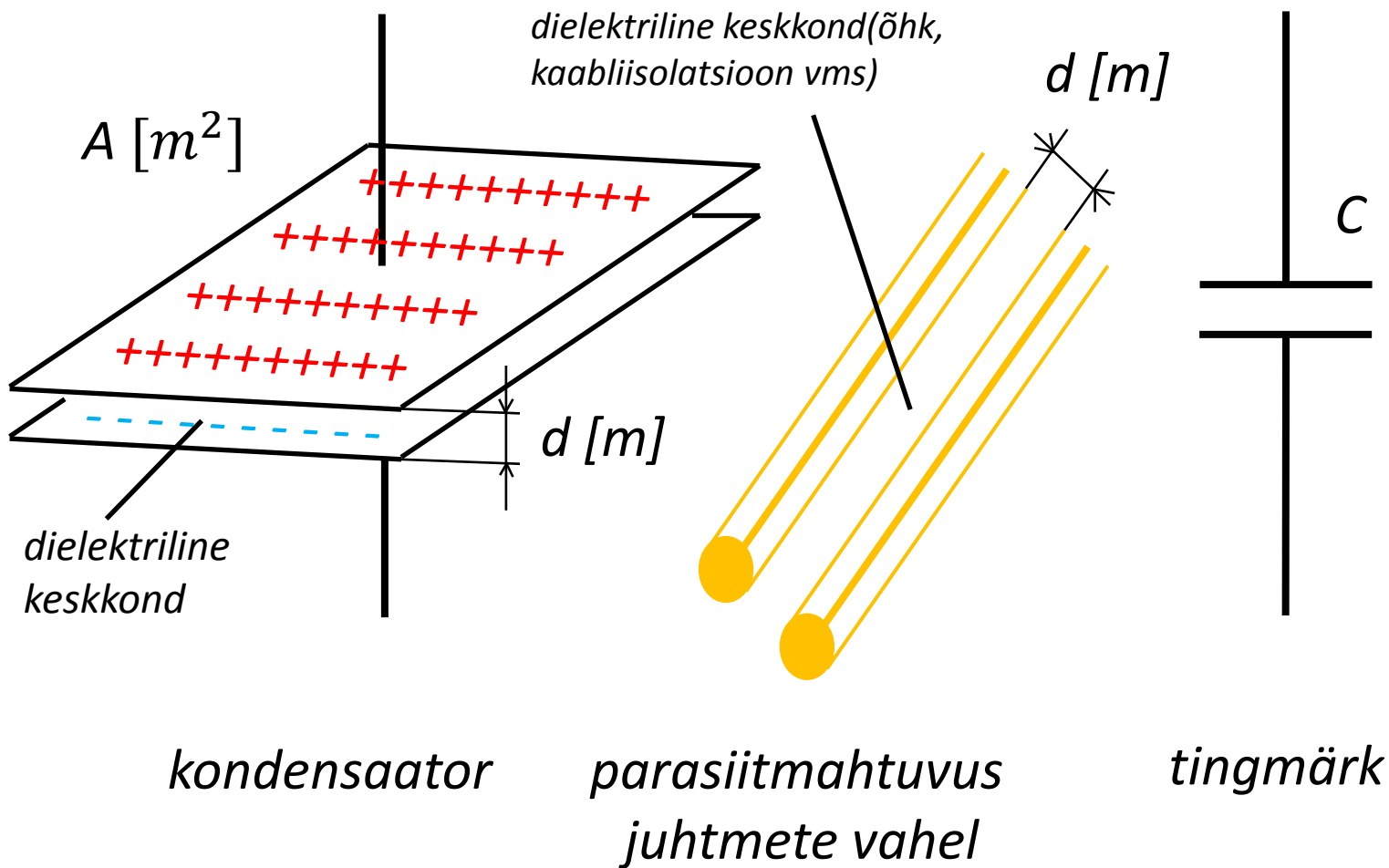
# MAHTUVUS

Mahtuvus (*capacitance*) iseloomustab elemendi võimet salvestada elektrilaengut teatud pinge juures. Mahtuvuse ühik on Farad. Lihtsustatult võib öelda et mahtuvus on elemendi või ahela võime salvestada energiat elektrilaengu kujul. Elemendi mahtuvust kirjeldab

$$C \propto A, d^{-1}, \varepsilon$$

Kus  $C$  on mahtuvus Faradites,  $A$  on elemendi elektrootide vastastikkune pindala,  $d$  on elektrootide vahekaugus ning  $\varepsilon$  on elektrootide vahelist mittejuhtivat ainet iseloomustav dielektrilise läbitavuse konstant. Kuna  $d$  vähenemisel mahtuvus suureneb, siis võiks arvata, et võime lõpmata väikese plaatide vahekauguse abil teha lõpmata suuri mahtuvusi. Praktikas piirab seda siiski keskkonna pingetaluvus – teatud piiri ületamisel tekib läbilöök – kui isolaatoriks on õhk, siis ca 1kV/mm juures, kui isolaatoriks on teflon siis >40kV/mm juures.

# MAHTUVUS



# MAHTUVUS

Mahtuvus on iga elektriahela loomulik (parasiit)komponent. Eraldi elementi mahtuvuse lisamiseks ahelasse nimetatakse kondensaatoriks. Edaspidi räägimegi

**Mahtuvusest** – kui tegemist on „parasiitnähtusega“ – näiteks kaabli mahtuvus tekib kaabliisolatsiooni lõpliku paksuse tõttu ning on reeglina ebasoovitav

**Kondensaatorist** – kui tegemist on elemendiga, millega lisatakse ahelasse mahtuvust

Matemaatiliselt on tegemist samaväärsete nähtustega.

# MAHTUVUS

Mahtuvuse ja kondensaatori energiasalvestusvõimet iseloomustab valem

$$E = \frac{C * U^2}{2}$$

Näiteks sagedusmuunduri kondensaator  $4700\mu F$  mis on laetud pingeni 540V

$$E = \frac{4700 * 10^{-6} F * (540V)^2}{2} = 685J$$

Samasugune energiahulk sisaldub maailmarekordimehe käest väljavisatud kettas.

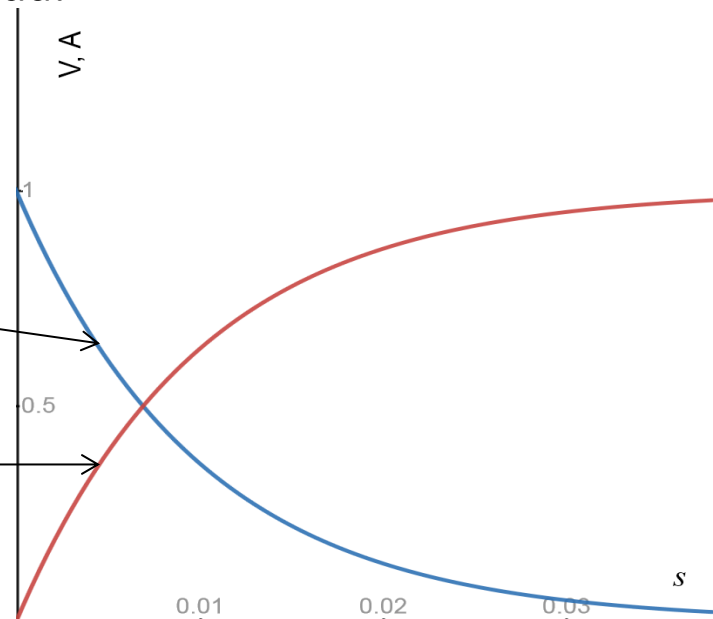
# KONDENSAATOR ELEKTRIAHELAS

Laetud kondensaatorit alalisvooluahelas vool ei läbi. Kuid pinge erinevuse korral, näiteks tühja kondensaatori pingestamisel alalisvooluga, tekib laadimisvool, mille käigus kondensaatorisse salvestub energia. Teoreetiliselt ei piira laadimisvoolu miski ning laadimine toimub kohe. Kuna siiski igal ahelal on takistus  $R$ , siis on vool piiratud. Laadimine kestab teoreetiliselt lõpmata kaua.

$$\tau_0 = R * C - \text{ajakonstant}$$

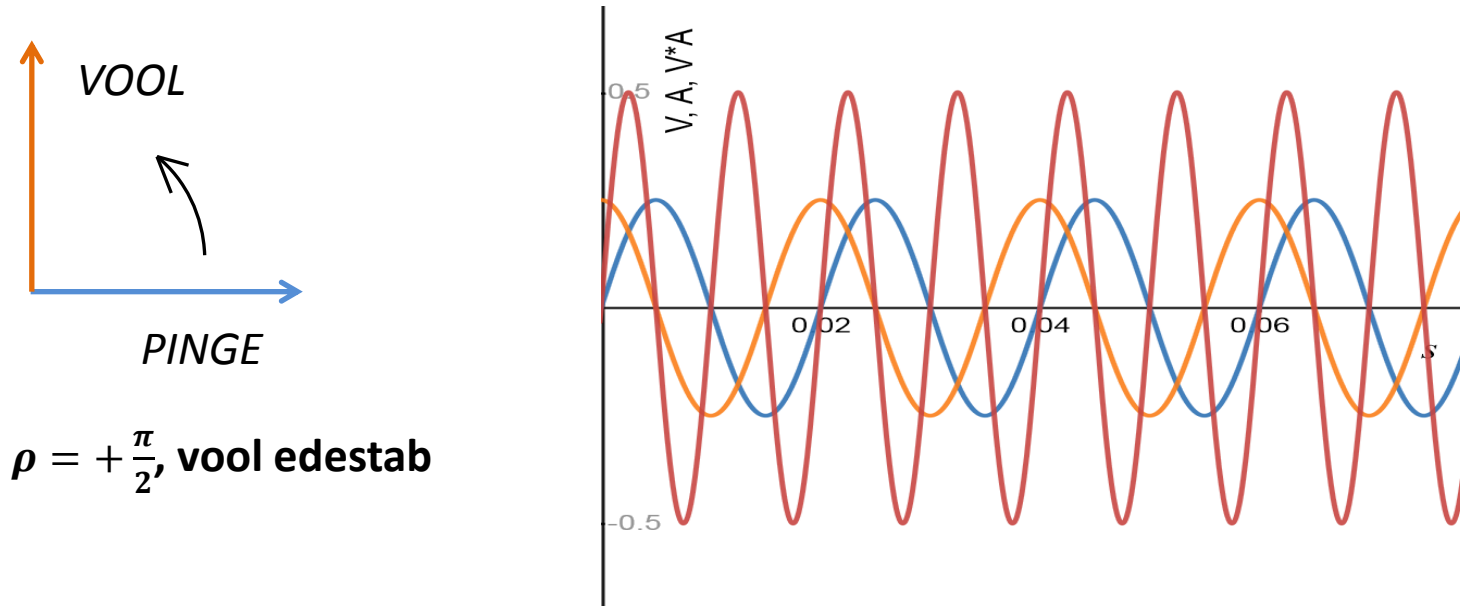
$$I(t) = \frac{U}{R} * e^{\frac{-t}{\tau_0}}$$

$$U(t) = U * (1 - e^{\frac{-t}{\tau_0}})$$



# KONDENSAATOR VAHELDUVVOOLUAHELAS

Kui kondensaatorile rakendada vahelduvpinge, siis muutub kondensaatorit läbi voolu suund ning laengu suurus perioodiliselt. Kondensaatorit läbiv vool „edestab“ pinget  $\pi/2$  võrra. Võimsus kondensaatoris on kord positiivne ja kord negatiivne – kondensaator salvestab ja vabastab energiat. Keskmise energiakuulu on null – seda loomulikult ainult „ideaalse“ kondensaatori korral



# KONDENSAATOR VAHELDUVVOOLUAHELAS

Mis piirab kondensaatorit läbivat vahelduvvoolu ?

Kondensaatori reaktiivtakistus:

$$X_c = -\frac{1}{\omega * C} = -\frac{1}{2 * \pi * f * C} \text{ } [\Omega]$$

Siit näeme, et takistus väheneb mahtuvuse suurenedes ning samuti väheneb takistus sageduse suurenedes. Ehkki ühik on oom, ei saa me reaktiivtakistust niisama lihtsalt liita-lahutada „tavalise“ takistusega, kuna reaktiivtakistus ei asu samal arvteljel aktiivtakistusega. Arvutamisel peame kasutama kompleksarve või vektoreid. Lihtsustatud arvutuse korral, kui ahelas on valdavalt mahtuvuslik koormus, võime arvutada kondensaatorit läbiva voolu efektiivväärtuse

$$I_{crms} = U_{rms} * \omega * C$$



# INDUKTIIVSUS

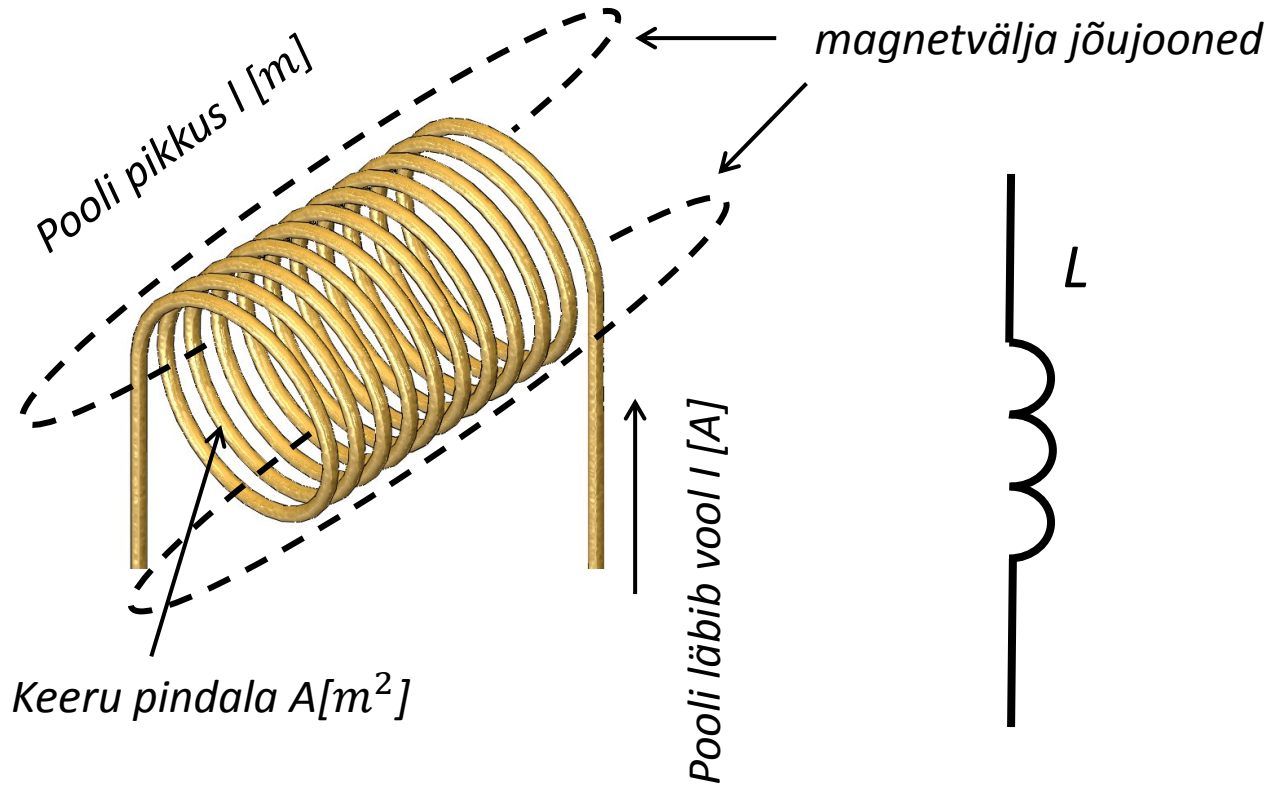
Induktiivsus (*inductance*) iseloomustab elemendi omadust salvestada energiat „ümberr“ juhtme, magnetvälja kujul.

Induktiivsuse ühik on H – Henri

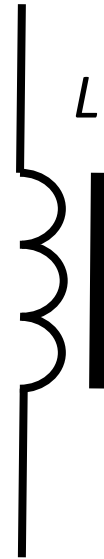
$$L \propto A, \mu_0, n^2, l^{-1}$$

Kus  $L$  on induktiivsus Henrides,  $A$  – juhtmekeeru haaratav pindala,  $n$  juhtmekeerdude arv,  $\mu_0$  - keskkonna magnetiline läbitavus ja  $l$  induktiivsuse pikkus. Reaalsuses on induktiivsuse arvutamine oluliselt keerulisem (võrreldes mahtuvusega). Induktiivelemente nimetatakse poolideks, drosseliteks, induktiivsusteks. Induktiivsuse suurendamiseks tuleb suurendada keskkonna magnetilist läbitavust – näiteks asendades „südamikus“ asuva õhu ferromagnetilise materjaliga – näiteks rauaga.

# INDUKTIIVSUS



tingmärk,  
õhksüdamik



tingmärk,  
ferromagnetiline  
südamik

# INDUKTIIVSUS

Induktiivsuse energiasalvestusvõimet iseloomustab

$$E = \frac{L * I^2}{2}$$

Mida kõrgem vool, seda suurem energia. Mis piirab ? Reaalses poolis on suure voolu jaoks vaja jämedamat traati – seetõttu kasvab pooli pikkus, mis vähendab induktiivsust. Südamiku kasutamise korral tekib magnetahelas küllastus, st magnetiline läbitavus väheneb ning energiasalvestusvõime on piiratud.

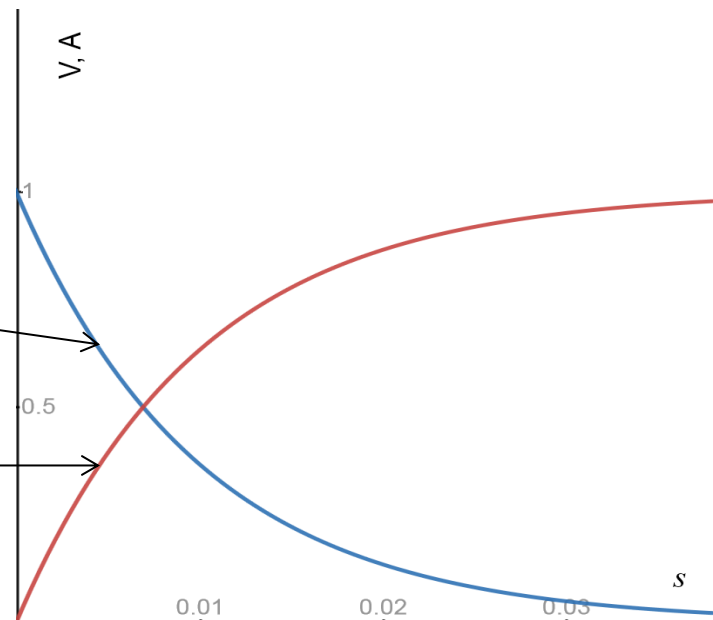
# INDUKTIIVSUS ELEKTRIAHELAS

Induktiivsus piirab voolu muutumise kiirust. Induktiivsusele pinge rakendumisel hakkab vool vaikselt kasvama ning see vool läheneb lõputult piirini, mille seab takistus R

$$\tau_0 = \frac{L}{R} - \text{ajakonstant}$$

$$U(t) = U * e^{\frac{-t}{\tau_0}}$$

$$I(t) = \frac{U}{R} * (1 - e^{\frac{-t}{\tau_0}})$$



# INDUKTIIVSUS JA ÜLEPINGE

Kui induktiivne ahel katkestada, siis „üritab induktiivsus voolu säilitada“ ning tekitab enda otstel vastupinge

$$u = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Valemis  $\Delta I$  on voolu muutus ajaühiku  $\Delta t$  jooksul. On näha, et ahela hetkeline katkestamine tekitab lõpmata suure pinge. Seetõttu ei saagi realsuses induktiivset ahelat hetkeliselt katkestada – suur pingehüpe tekitab lülitikontaktidel sädeluse ning vool „lippab edasi“.

Seda nähtust kasutatakse auto süüteküünaldel (süütepoolid, jagaja). Ning ka näiteks elektritranspordis – trollisarvedega jadamisi olev induktiivsus tekitab „sädeluse“ mis aitab halva kontakti korral toidet säilitada.

# INDUKTIIVSUS JA ÜLEPINGE

$$u = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Siit valemist näeme ka elektrivõrgus vahelduvvoolu kasutamise suurt eelist võrreldes alalisvooluga.

Kui katkestame vahelduvvooluahela, milles on induktiivseid elemente – aga neid on praktiliselt igas ahelas, nt pikad juhtmed, siis „tänu“ vastupinge tekitab kontaktide vahel väike kaarleek mis „säilitab“ voolu. Kuna 50Hz vahelduvvool läbib nullpunkti iga 10ms tagant, siis sellel hetkel katkeb ka kaarleek – mis vähendab oluliselt kontaktide kulumist.

Vahelduvvoolu lülitusseadmed on seega sama voolu juures oluliselt lihtsama konstruktsiooniga ning pikema elueaga

# INDUKTIIVSUS JA ÜLEPINGE

Siit näeme, et sama gabariidiga releel on märkimisväärne erinevus lubatud lülitusvoolu osas – sõltuvalt sellest kas lülitame alalis- või vahelduvvoolu. Suurema induktiivsuse korral alalisvoolu lülitamisvõime kahaneb väga tugevalt. Vahelduvvoolu korral ei oma ka suur induktiivsus erilist tähtsust, kuna ahel katkeb voolu perioodilisuse tõttu niikuinii maksimaalselt 10 millisekundi jooksul

**Contact Ratings for Models for DC Loads**

Item	Contact form Model Load	SPST-NO		
		MKS1T(I)(N)-10		
		Resistive load	Inductive load	
L/R = 7 ms	DC13 class			
Contact configuration	NO	Double-break		
	NC	---		
Contact material		AgSnIn		
Rated load	NO	10 A, 220 VDC	5 A, 220 VDC	0.4 A, 220 VDC
	NC	---		
Rated carry current	NO	10 A		
	NC	---		
Max. switching voltage	NO	220 VDC		
	NC	---		
Max. switching current	NO	10 A	5 A	0.4 A
	NC	---		
Max. switching capacity (reference value)	NO	2,200 W	---	---
	NC	---		

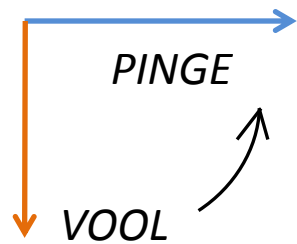
Note: If the L/R of an inductive load exceeds 7 ms with a Model for a DC Load, the arc in to use the Relay. Design the circuit so that the arc interruption time is 50 ms or less  
\* These values apply to a switching frequency of 30 times per minute.

**Contact Ratings for Models for AC Loads**

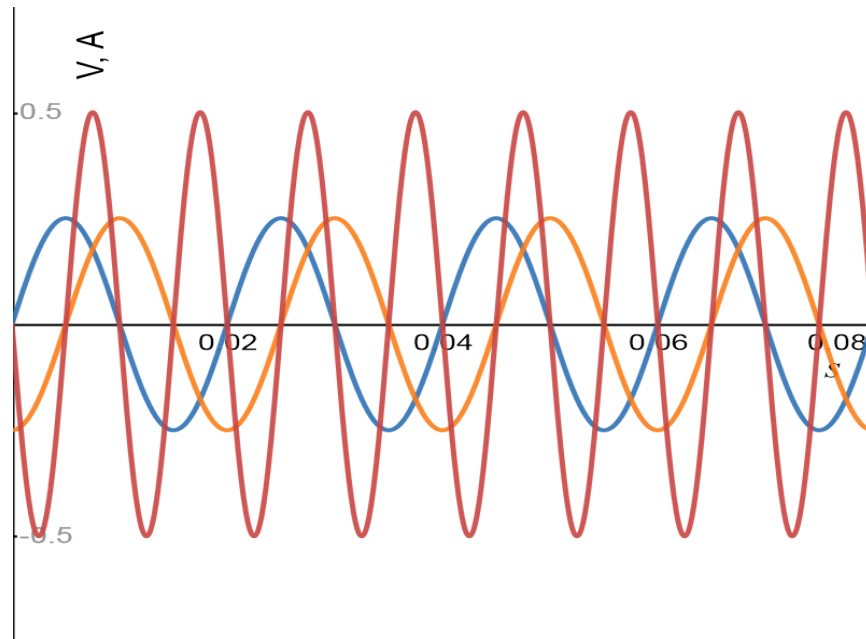
Item	Contact form Model Load	SPST-NO	SPST-NO/SPST-NC
		MKS1T(I)(N)-10	MKS2T(I)(N)-11
		Resistive load	Resistive load
Contact configuration	NO	Double-break	Double-break
	NC	---	Single-break
Contact material		AgSnIn	AgSnIn
Rated load	NO	15 A, 250 VAC	15 A, 250 VAC
	NC	---	5 A, 250 VAC
Rated carry current	NO	15 A	15 A
	NC	---	5 A
Max. switching voltage	NO	250 VAC	250 VAC
	NC	---	
Max. switching current	NO	15 A	15 A

# INDUKTIIVSUS VAHEDUVVOOLUAHELAS

Kui induktiivsusele rakendada vahelduvpinge, siis muutub seda läbiva voolu suund ning magnetvälja suurus perioodiliselt. Kondensaatorit läbiv vool „hilineb“ pingest  $\pi/2$  võrra. Võimsus induktiivsuses on kord positiivne ja kord negatiivne – induktiivsus salvestab ja vabastab energiat. Keskmise energiakulu on null – seda loomulikult ainult „ideaalse“ induktiivsuse korral



$$\rho = -\frac{\pi}{2}, \text{ vool hilineb}$$





# INDUKTIIVSUS VAHELDUVVOOLUAHELAS

Mis piirab induktiivsust läbivat vahelduvvoolu ?

Induktiivsuse reaktiivtakistus:

$$X_L = \omega * L = 2 * \pi * f * L [\Omega]$$

Siit näeme, et takistus suureneb induktiivsuse suurenedes ning samuti suureneb takistus sageduse suurenedes. Ehkki ühik on oom, ei saa me reaktiivtakistust niisama lihtsalt liita-lahutada „tavalise“ takistusega, kuna reaktiivtakistus ei asu samal arvteljel aktiivtakistusega. Arvutamisel peame kasutama kompleksarve või vektoreid. Lihtsustatud arvutuse korral, kui ahelas on valdavalt induktiivne koormus, võime arvutada induktiivsust läbiva voolu efektiivväärtuse

$$I_{Lrms} = \frac{U_{rms}}{\omega * L}$$

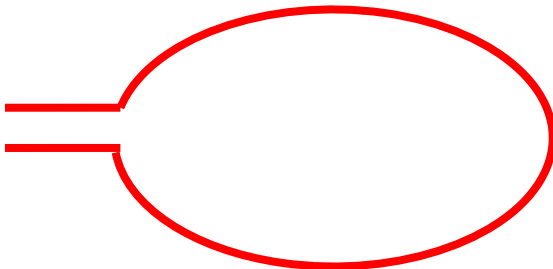
# PARASIITINDUKTIIVSUS

Kui juhe moodustab silmuse, siis tekitab ta ka induktiivsuse kuna

$$L \propto A$$

Mida suurema pindala hõlmab juhe, seda suurem on parasiitinduktiivsus. Ning kuna suurem induktiivsus tekitab kõrgematel sagedustel suurema takistuse, siis on kõrgsageduskaablid keerutatud – see minimiseerib juhtmesilmuse hõlmatava pindala.

**SUUR PINDALA**



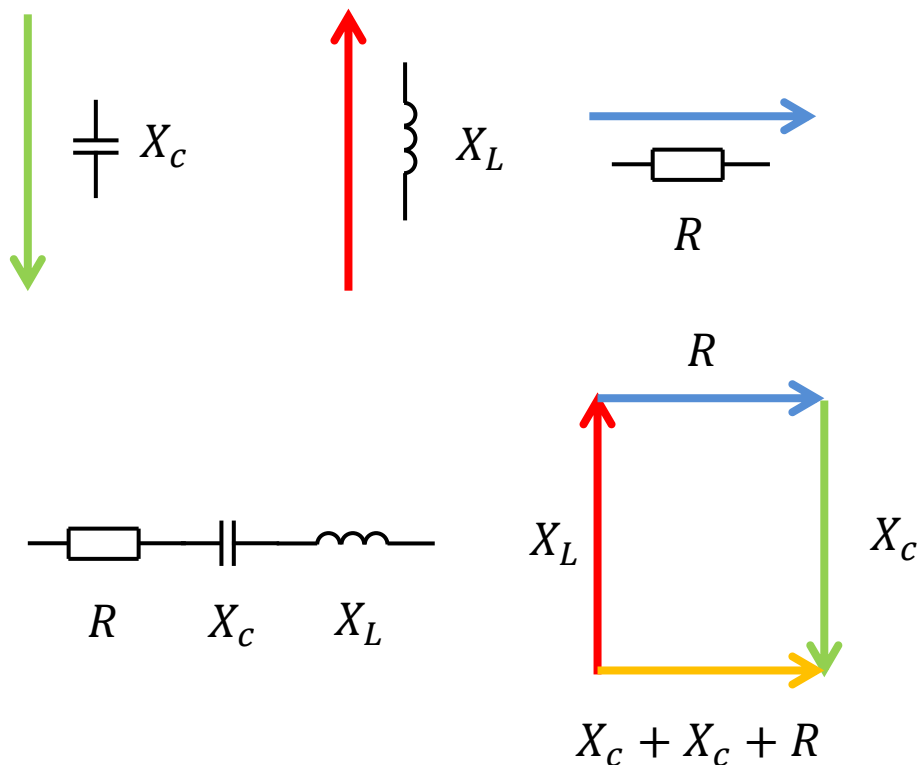
**VÄIKE PINDALA**



# REAKTIIVTAKISTUSED JA VEKTORID

Kuidas me siis reaktiivtakistusi ja „tavalisi takistusi“ liidame ?

NB ! See kehtib ainult kindlal sagedusel, mille juures reaktiivtakistused on mõõdetud, nii kui sagedus muutub, muutuvad ka reaktiivtakistuste väärtused !



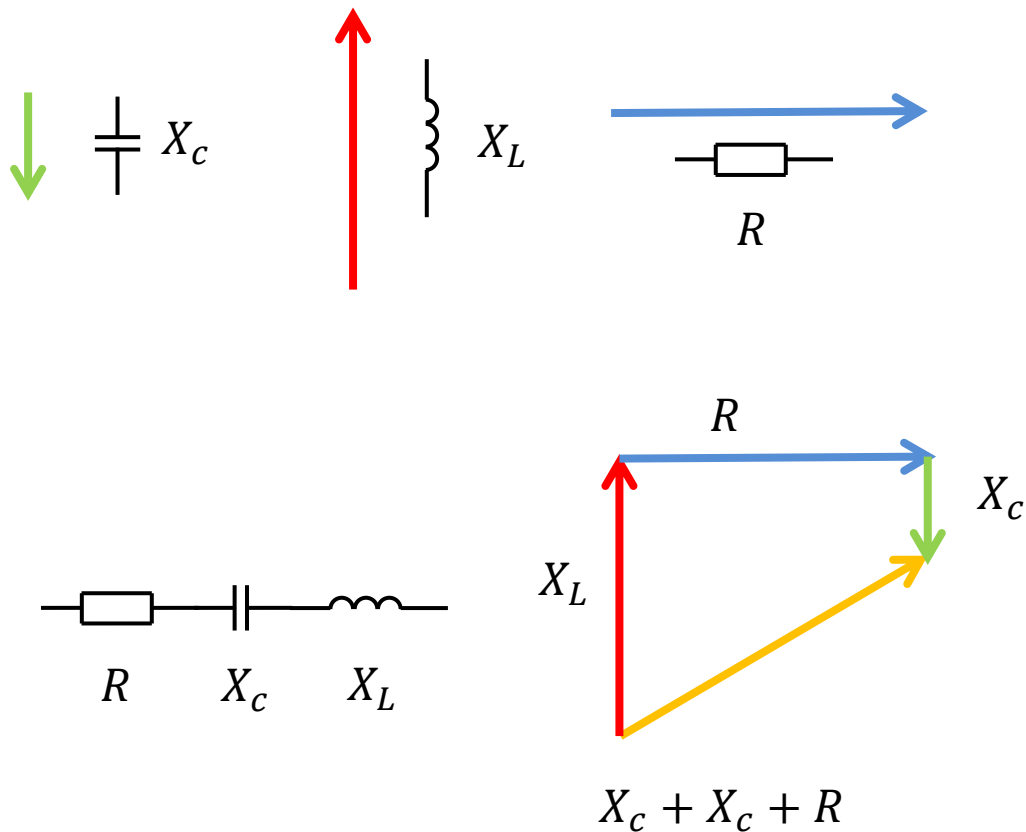
Esitame graafiliselt, võrdses mastaabis, kõik kolm takistust. Kuna  $X_c$  valemis on miinusmärk – siis on tema suund vastupidine võrreldes  $X_L$  -iga

Kuna  $X_c$  ja  $X_L$  on võrdsed – siis need „kompenseeruvad“ ning summaarne takistus on võrdne  $R$ -iga.

**Kuid seda AINULT KINDLAL SAGEDUSEL !**

# REAKTIIVTAKISTUSED JA VEKTORID

Proovime veel.

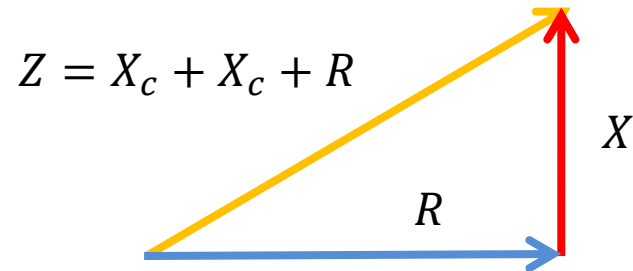


Tulemus ei ole enam aktiivtakistus, vaid võime öelda et ahelal on „induktiivne iseloom“

**NB – vektorite liitmise järjekord ei ole oluline, tulemus on sama.**

# REAKTIIVTAKISTUSED JA VEKTORID

Mida me sellise „imeliku takistusega“ peale hakkame? Leiame selle takistuse aktiiv ja reaktiivkomponendid!



Ning arvutame voolu reaktiiv- ja aktiivkomponendi

$$I_{reaktiiv} = \frac{U}{X} \quad \text{ja} \quad I_{aktiiv} = \frac{U}{R}$$

Ahelat läbiv koguvool

$$I_n = \frac{U}{Z}$$

# AKTIIVVÕIMSUS, REAKTIIVVÕIMSUS JA NÄIVVÕIMSUS

Aktiivvõimsus on reaalne võimsus, mille abil tehakse kasulikku tööd

$$P = U * I_{aktiiv} [W]$$

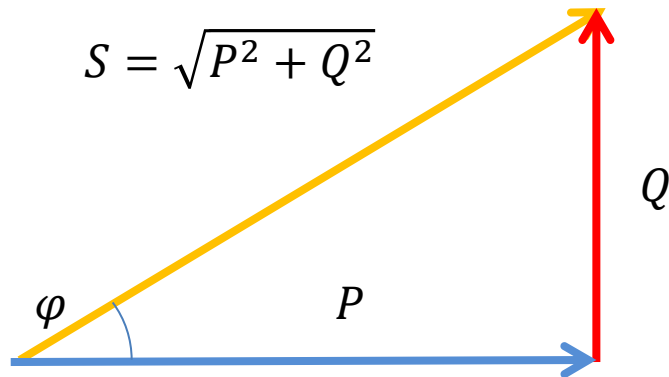
Reaktiivvõimsus on võimsus, mida „vahetatakse“ perioodiliselt elektrivõrgu ja reaktiivelementide vahel – selle käigus „tööd“ ei tehta. Eristamise huvides kasutatakse „W“ asemel ekvivalentset ühikut „var“ ehk volt-amper-reaktiiv.

$$Q = U * I_{reaktiiv} [var]$$

Näivvõimsus on nende geomeetiline summa

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{ning ka} \quad S = U * I_n$$

# AKTIIVVÕIMSUS, REAKTIIVVÕIMSUS JA NÄIVVÕIMSUS



Näivvõimsuse ja võimsuse vaheline nurk on  $\varphi$ . Kui see nurk=0 siis reaktiivvõimsus puudub. Elektrotehnikas kasutatakse selle nurga koosinust -  $\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

$$P = S * \cos\varphi$$

# CosFii, MILLEKS ?

Niisiis,  $\cos\varphi$  ehk **VÕIMSUSTEGUR** näitab kasuliku ja näivvõimsuse suhet. Ning ideaalis peaks see olema 1. Miks ? Toitesüsteem (generaator, ülekandeliinid) „näeb“ näivvoolu ja seetõttu tekivad seal kaod, mis sõltuvad näivvoolust

$$P_{kadu} \propto (I_n)^2$$

Kuid kasulik vool, mis teeb reaalselt tööd, on

$$I_{aktiiv} = \cos\varphi * I_n \quad \text{järelikult} \quad \text{kaokordaja}\% = \frac{100\%}{\cos\varphi^2}$$

Väikese elektrimootori  $\cos\varphi = 0,7$  ja kui see on kompenseerimata, siis kaokordaja = 205% ehk kadu ülekandeliinides on üle kahe korra suurem kui sama võimsusega takistusliku koormuse (nt küttekeha) korral. Sest reaktiivvoolud pendeldavad edasi-tagasi.



# CosFii, MILLEKS ?

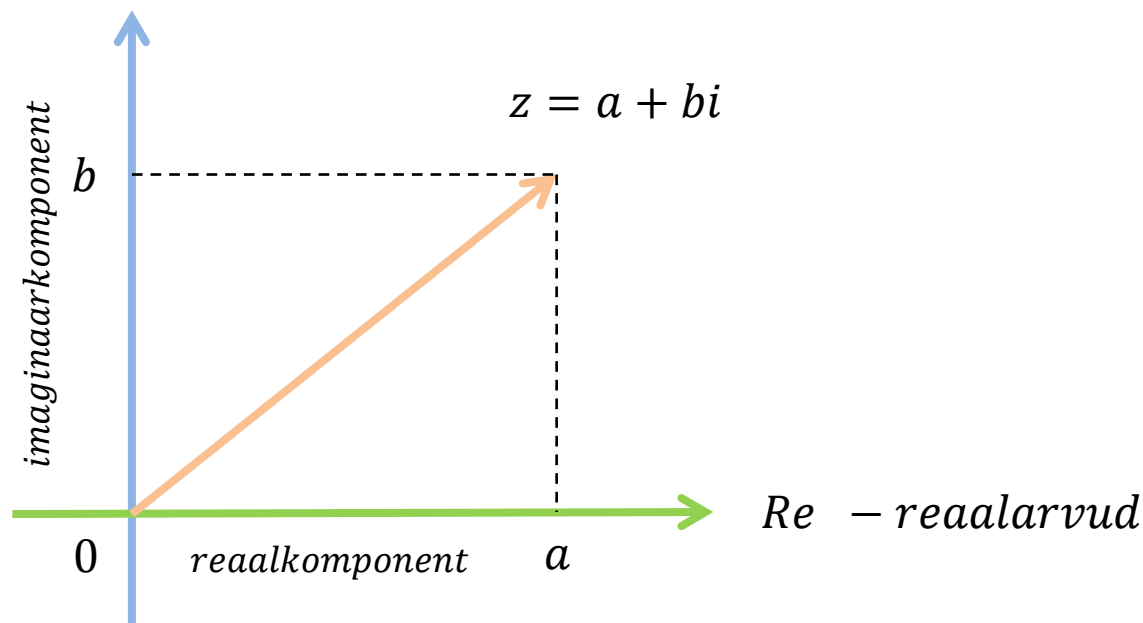


Lisaks kadudele vähendab  $\cos\varphi$  mis on  $<1$  ka peakaitsme väärtust – me ei saa tarbida võimsust peakaitsme järgi vaid mõnevõrra vähem. Samuti kasseerivad elektrimüüjad suurtarbijatelt eraldi raha reaktiivvõimsuse eest. Seetõttu kasutatakse suurtes elektripaigaldistes mõnikord reaktiivenergia kompensatoreid, mis reeglina sisaldavad ümberlülituvaid kondensaatorplokke (enamasti on reaktiivenergia tarbimine induktiivse iseloomuga)

# KOMPLEKSARVUD

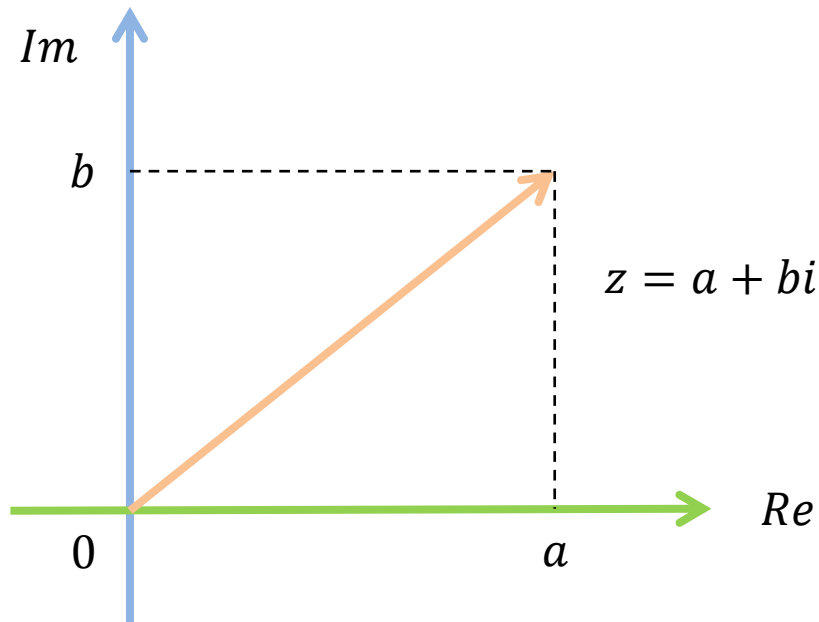
Vektorid on head lihtsate arvutuste visualiseerimiseks ning ettekujutuse loomiseks. Keerulisemaid arvutusi vahelduvvooluahelates tehakse siiski kompleksarvudega. Kompleksarv tundub hull ja mõttetu konstruktsioon, kuid tegelikult rajaneb sellel suurem osa teoreetilisest ja praktilisest matemaatikast ja füüsikast

*Im* – imaginaararvud



# KOMPLEKSARVUD

Kompleksarvud on laiendatud arvuhulk, pindala, mis sisaldab endas joonena ka kõiki reaalarve. Kompleksarvud võimaldavad esitada arve, millele reaalarvuline vaste puudub. Kompleksarvude imaginaartelge tähistatakse tähega  $i$ , elektrotehnikas kasutatakse ka vahel tähte  $j$  (et mitte segi ajada vooluga).  $i$  ei ole muutuja, vaid SÜMBOL mis tähistab kompleksarvu imaginaarosa. Sellel sümbolil on mõningad huvitavad omadused



$$\begin{aligned} \sqrt{-1} &= i \\ i &\neq \sqrt{-1} \text{ (ei tohi asendada !)} \\ i^{-1} &= -i \\ i^0 &= 1 \\ i^1 &= i \\ i^2 &= -1 \\ i^3 &= -i \\ i^4 &= 1 \\ i^5 &= i \\ i^6 &= -1 \end{aligned}$$

# TEHTED KOMPLEKSARVUDEGA

**Liitmine ja lahutamine** – tehted tehakse eraldi reaali- ja imaginaariosaga

$$z_1 = a_1 + b_1i = 3 + 2i \text{ ja } z_2 = a_2 + b_2i = 2 + 3i$$

$$z_1 + z_2 = a_1 + a_2 + (b_1 + b_2)i = \mathbf{5 + 5i}$$

**Korrutamine** on veidi keerulisem

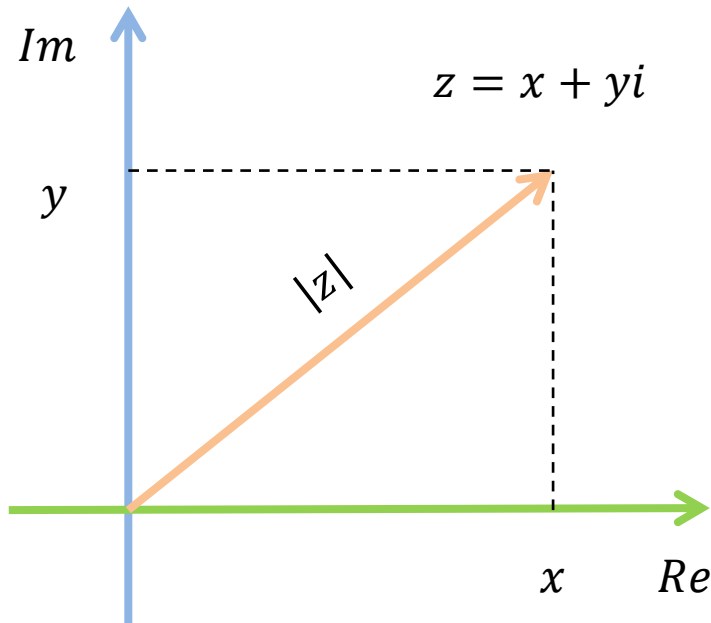
$$z_1 * z_2 = (a_1 + b_1i) * (a_2 + b_2i) = a_1 * a_2 + a_1 * b_2 * i + a_2 * b_1 * i + b_1 * b_2 * i * i$$

$$(a_1 * a_2 - b_1 * b_2) + (a_1 * b_2 + a_2 * b_1)i$$

$$(3 * 2 - 2 * 3) + (3 * 3 + 2 * 2)i = \mathbf{13i}$$

Punasega on tähistatud koht kus  $i^2$  asendati arvuga **-1**

# TEHTED KOMPLEKSARVUDEGA



Moodul ehk vektori pikkus

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Pöördväärtus

$$\frac{1}{z} = \frac{x}{|z|^2} - \frac{y}{|z|^2}i = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2}i$$

Loomulikult peab seejuures

$$|z| > 0$$

# TEHTED KOMPLEKSARVUDEGA

## Jagamine

$$z = x + yi \text{ ja } w = u + vi \text{ ning } |z| > 0$$

Siis

$$\frac{w}{z} = w * \frac{1}{z} = (u + vi) * \left( \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2} i \right) = \frac{(ux + vy) + (vx - uy)i}{x^2 + y^2}$$

Õnneks ei pea arvutamist tegema käsitsi paberil, iga matemaatikaprogramm ning viisakam kalkulaator on võimeline arvutama ka kompleksarvudega.

# KOMPLEKSARVUDE ILU JA ÕUDUS

Kompleksarvud luuravad iga nurga taga ning seovad matemaatika tervikuks.

Euleri valem:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

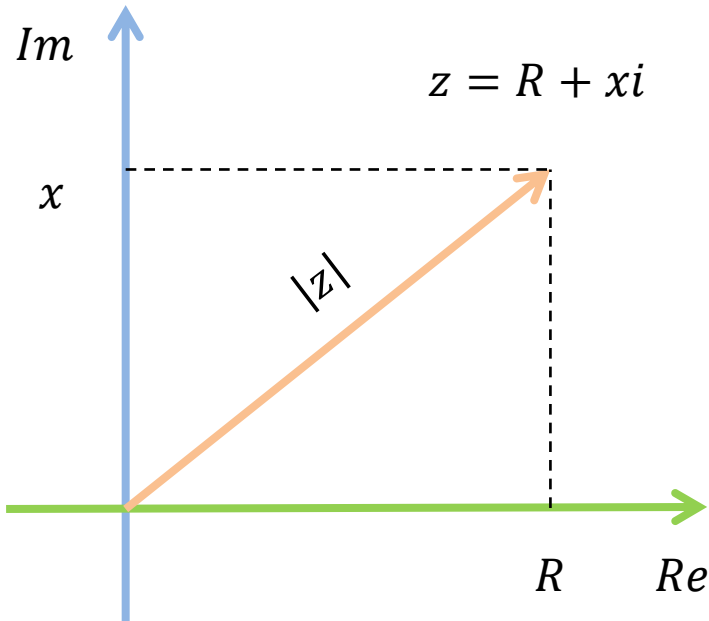
Seob omavahel kaks looduslikku irratsionaalarvu – naturaalogaritmi aluse  $e$  ning ringi ümbermõõdu ja diameetri suhte  $\pi$ . Selle alusel võime kompleksarve esitada kahel lisakujul, mis on vajalikud ja kasutuses matemaatilises analüüsis, kvantfüüsikas jne

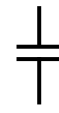
$$z = x + iy = |z|(\cos\varphi + i * \sin\varphi) = re^{i\varphi}$$


$$\text{Kus } r = |z|$$


# REAKTIIVTAKISTUSED JA KOMPLEKSARVUD

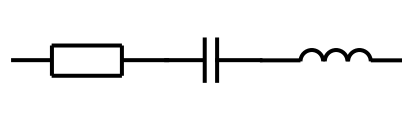
Kasutame siis kompleksarve, et tähistada reaktiivtakistusi. Reaktiivosa on imaginaarne, aktiivtakistus on reaalne




$$Z = X_c * i = -\frac{i}{\omega * C}$$



$$Z = i(\omega * L)$$


$$Z = R$$


$$Z = R - \frac{i}{\omega * C} + i(\omega * L)$$



# VOOL, PINGE, KOMPLEKSARVUD


$$Z = R - \frac{i}{\omega * C} + i(\omega * L)$$

$$R = 10\Omega \quad L = 0,2H \quad C = 100\mu F \quad \omega = 2 * \pi * 50Hz \approx 314rad/s$$

$$Z = 10\Omega - \frac{i}{\frac{314rad}{s} * 100\mu F} + i(314rad/s * 0,2H)$$

$$Z = (10 + 31i) \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230V}{(10 + 31i) \Omega} = (2,2 - 6,7i)A$$

Aktiivvool on 2,2A ja reaktiivvool on -6,7A – induktiivne iseloom

# VOOL, PINGE, KOMPLEKSARVUD

$$S = \frac{U^2}{Z} = \frac{(230V)^2}{(10 + 31i) \Omega} = (500 - 1500i)W$$

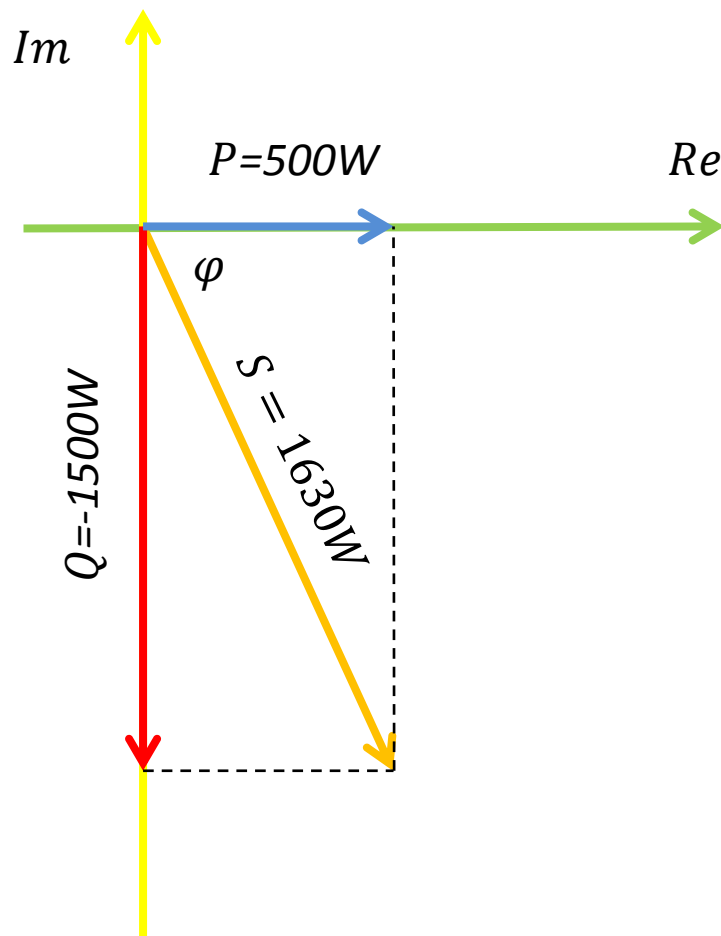
Aktiivvõimsus  $P=500W$  ja reaktiivvõimsus  $Q=1500W$

Näivvõimsus on kompleksvõimsuse moodul

$$|S| = \sqrt{500^2 + 1500^2} = 1630W$$

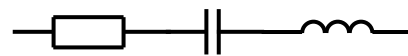
$$\cos\varphi = \frac{P}{|S|} = \frac{500W}{1630W} \approx 0,3$$

# VOOL, PINGE, KOMPLEKSARVUD



$$S = (500 - 1500i)W$$

Q on suunaga allapoole, kuna imaginaarosa on negatiivne  
S vektori pikkus on näivvõimsus ning kompleksarvu S moodul  
 $\varphi$  on nurk aktiiv- ja näivvõimsuse vahel. On näha et ahel on reaktiivne, induktiivse iseloomuga.

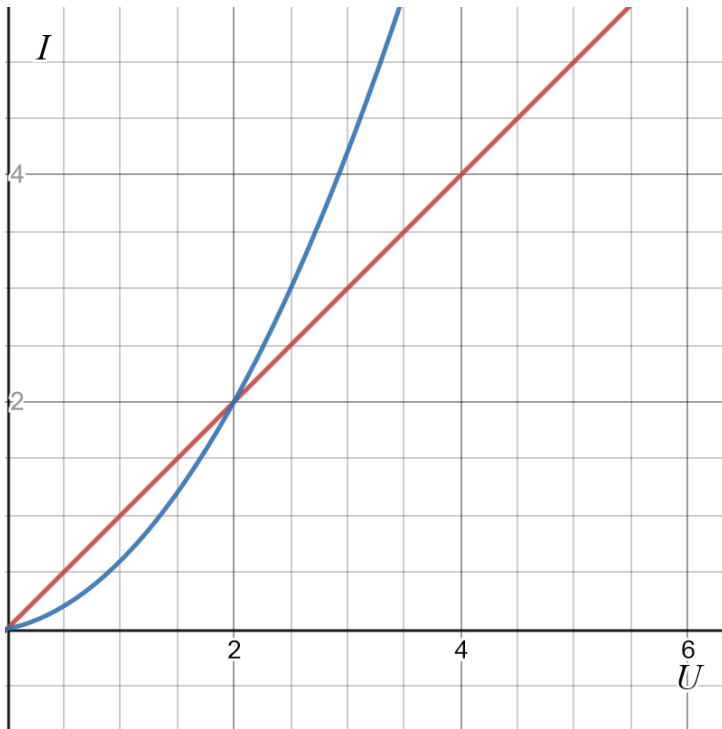


$$10\Omega \quad 100\mu F \quad 0,2H$$

# VOOL, PINGE, KOMPLEKSARVUD

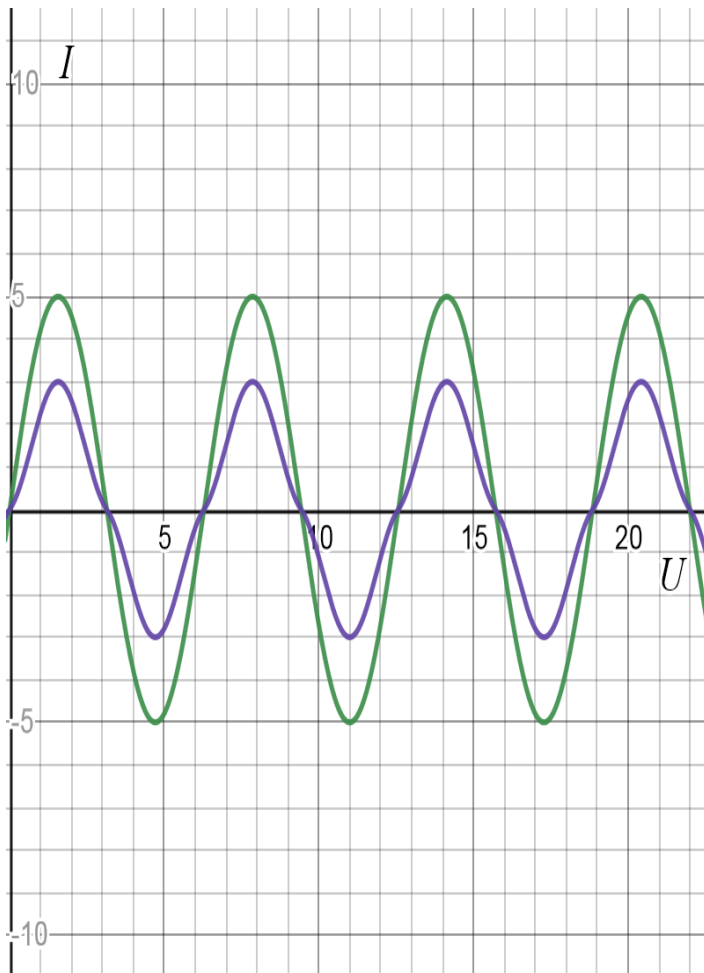
Kokkuvõtteks – kui kasutame kompleksarve, võime kõiki vahelduvvooluahelaid arvutada samade valemitega, mis kehtivad alalisvooluahelates – oomi seadus, pinged, voolud, võimsused jne jne. Arvutuste keerukus jääb varju, kuniks me ei tee neid arvutusi käsitsi.

# MITTELINEAARNE KOORMUS



Lineaarse koormuse takistus on konstantne ning ei sõltu pingest. Mittelineaarse koormuse takistus sõltub pingest ning seetõttu ei ole pinge ja voolu kuju enam sarnased. Lihtsuse huvides räägime praegu ainult aktiivkoormusest, st faasinihet ei ole. Sinine graafik on mittelineaarne. Kõvera kuju on valitud juhuslik, reaalses maailmas võib mittelineaarse koormuse graafik olla vägagi mitmekesine ja keeruline

# MITTELINEAARNE KOORMUS



Roheline graafik – lineaarne koormus  
Lilla graafik – mittelineaarne koormus

On näha kuidas voolu kuju moonutub  
Mis meil sellest ?

Voolu sagedus ei ole enam 50Hz. Tekivad harmoonilised ülemsagedused – 100Hz, 150Hz, 200Hz jne. Kõrgemad sagedused põhjustavad oluliselt suuremaid kadusid trafodes ja ülekandeliinides, ning häirivad teiste elektriseadmete tööd. Mittelineaarsed koormused on näiteks päevavalguslambid ja kahjuks enamus toiteplokkide, eriti odavatel elektroonikaseadmetel. Mittelineaarne koormus tekitab eriti mahlaseid „trafourinaid“ ning nendega võitlemine on üpris kulukas.

# MIKS MEIL ON KOLMEFAASILINE ELEKTRIVARUSTUS ?

$$P = \frac{(U_1)^2}{R_1} + \frac{(U_2)^2}{R_2} + \frac{(U_3)^2}{R_3}$$

Kui koormused on võrdsed  $R = R_1 + R_2 + R_3$

$$P = \frac{1}{R} * ((U_1)^2 + (U_2)^2 + (U_3)^2)$$

$$P = \frac{U^2}{R} * (\sin^2(\omega) + \sin^2(\omega + 120^\circ) + \sin^2(\omega + 240^\circ))$$

$$\begin{aligned}\sin^2(\omega + 120^\circ) &= (\sin\omega * \cos 120^\circ + \cos\omega * \sin 120^\circ)^2 = \\ &= \left(-\frac{1}{2} * \sin\omega + \frac{\sqrt{3}}{2} * \cos\omega\right)^2 = \\ &= \frac{1}{4} * \sin^2\omega - \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin\omega * \cos\omega + \frac{3}{4} * \cos^2\omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin^2(\omega + 240^\circ) &= (\sin\omega * \cos 240^\circ + \cos\omega * \sin 240^\circ)^2 = \\ &= \left(-\frac{1}{2} * \sin\omega - \frac{\sqrt{3}}{2} * \cos\omega\right)^2 = \\ &= \frac{1}{4} * \sin^2\omega + \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin\omega * \cos\omega + \frac{3}{4} * \cos^2\omega\end{aligned}$$



$$\sin^2 \omega + \frac{1}{4} * \sin^2 \omega - \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin \omega * \cos \omega + \frac{3}{4} * \cos^2 \omega$$

$$+ \frac{1}{4} * \sin^2 \omega + \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin \omega * \cos \omega + \frac{3}{4} * \cos^2 \omega =$$

$$= \sin^2 \omega + \frac{1}{4} * \sin^2 \omega - \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin \omega * \cos \omega + \frac{3}{4} * \cos^2 \omega$$

$$+ \frac{1}{4} * \sin^2 \omega + \frac{\sqrt{3}}{2} * \sin \omega * \cos \omega + \frac{3}{4} * \cos^2 \omega =$$

$$= \frac{3}{2} * \sin^2 \omega + \frac{3}{2} * \cos^2 \omega =$$

$$= \frac{3}{2} * (\sin^2 \omega + \cos^2 \omega) = \frac{3}{2} \text{ sest } (\sin^2 \omega + \cos^2 \omega) = 1$$

$$P = \frac{U^2}{R} * \frac{3}{2}$$

Mis siis juhtus vahepeal ? Nagu näeme, valemist kadus ära ajast sõltuv tegur  $\omega$  ! See tähendab, et sümmeetrilise takistusliku koormuse korral on kolmefaasilise süsteemi võimsus KONSTANTNE ning seetõttu ei teki koormuse pulsatsiooni – samuti ei ole generaatorile vaja hoorattaid vms pulsatsiooni ühtlustavat mehhanismi.

**Kolm faasi on minimaalne sümmeetriline faaside arv, mis seda võimaldab.**